Subject: ۴

Year. Month. Date. ( )

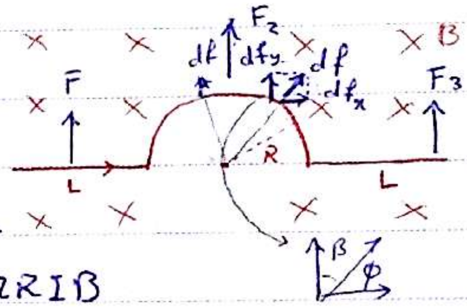
مغناطیس

$F = BIL\sin\alpha \quad , \quad \vec{F} = I(\vec{L}\times\vec{B})$

سیم صاف باشد
میدان B یکنواخت و ثابت
θ ثابت

$\Rightarrow dF = BI\sin\theta \, dL \quad , \quad d\vec{F} = I(dL \times dB)$

★ در شکل زیر سیم حامل جریان را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار می‌دهیم. نیروی اعمالی بر این سیم حامل جریان؟



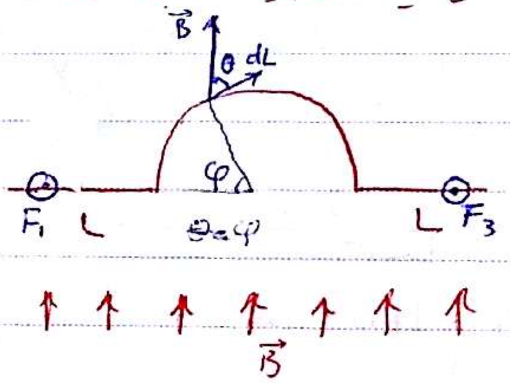
$F_1 = F_3 = IBL$

$F_x = 0 \quad , \quad dF_y = dF\cos\beta \quad , \quad \theta = 90$

$F_y = \int dF_y \cos\beta = \int IB\sin\theta\cos\beta \, dL = IB\int \cos\beta \, dL =$

$= IB\int \cos\beta \, R\,d\varphi = IBR\int_0^{\pi} \sin\varphi \, d\varphi \Rightarrow F_2 = 2RIB$

★ یک سیم حامل جریان مطابق شکل زیر در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار می‌دهیم. نیروی اعمالی بر این سیم؟



$dF = IB\sin\theta \, dL \longrightarrow$ وقتی استفاده می‌شود که dF ها هم‌سو باشند

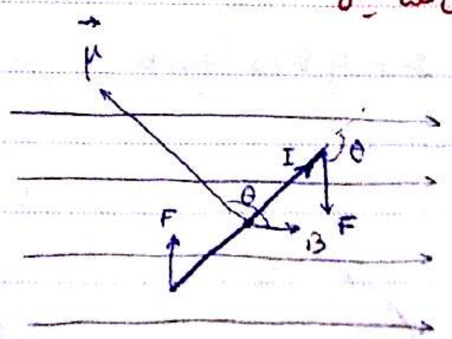
مثلاً در این مثال هم‌سو اند ⊙ اما در مثال قبل نه.

$F = \int IB\sin\theta \, dL = \int IB\sin\theta \, R\,d\varphi = \int_0^{\pi} RIB\sin\varphi \, d\varphi$

$\Rightarrow F_2 = 2RIB \quad , \quad F_1 = F_3 = ILB$

دوقطبی مغناطیسی

$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \rightarrow \tau = 2\tau' = 2rF\sin\theta = 2\frac{a}{2} IbB\sin\theta \Rightarrow$



$\tau = IAB\sin\theta$

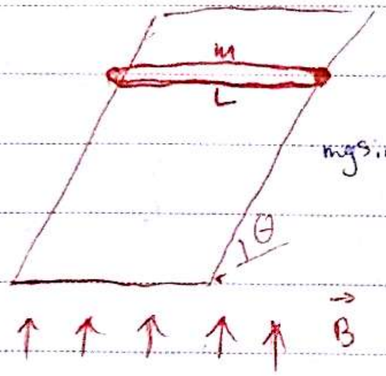
$\mu = IA \Rightarrow \tau = \mu B\sin\theta \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

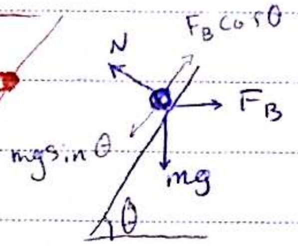
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$U = \tau\, d\varphi = \int \mu B \sin\theta\, d\theta = -\mu B \cos\theta \Rightarrow U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

* یک میله به جرم m به طول l را مطابق شکل روی سطح شیب‌دار قرار می‌دهیم. چه جریانی از میله عبور نماییم تا میله ثابت بماند

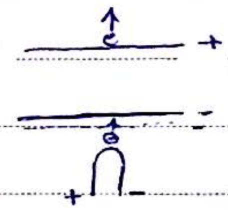




$mg \sin\theta = F_B \cos\theta = ILB \cos\theta$

$I = \dfrac{mg \sin\alpha}{LB\cos\theta} = \dfrac{mg}{LB} \tan\theta$

تفنگ الکترون :



سرعت $V = \sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

$v = 0 \rightarrow eV$

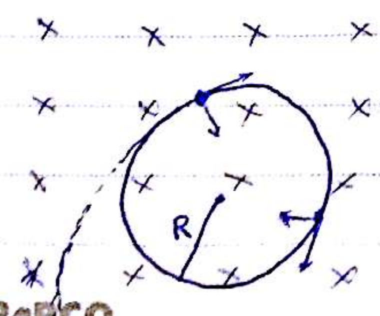
اختلاف پتانسیل

نیروی اعمالی بر یک ذره باردار در میدان

$F' = ILB \sin\theta \quad , \quad I = neAv_d \longrightarrow$

$F' = neAv_d LB \sin\theta = Nev_d B \sin\theta \longrightarrow F = \dfrac{F'}{N} = e v_d B \sin\theta$

$\Rightarrow F = qvB \sin\theta \longrightarrow \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$



$F = m\dfrac{v^2}{R} \rightarrow qvB = \dfrac{mv^2}{R} \Rightarrow$

$qB = \dfrac{mv}{R} = m\omega \rightarrow \dfrac{q}{m} = \dfrac{v}{RB} \longrightarrow B = \dfrac{mv}{qR} \longrightarrow \omega = \dfrac{qB}{m}$

$\Longrightarrow$ عمود بر خطوط میدان

Subject: Date:

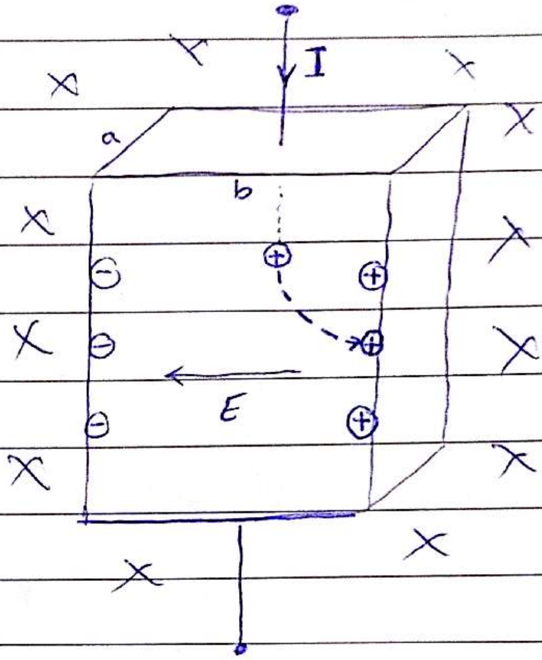
اثر هال :

$$eE = eV_d B \longrightarrow V_d = \frac{E}{B}$$

$$V_H = E\, b \longrightarrow V_d = \frac{V_H}{bB}$$

$$I = neAV_d \xrightarrow{A=ab} \frac{I}{neA} = \frac{V_H}{bB}$$

$$\Rightarrow n = \frac{IB}{eaV_H} \Rightarrow B = \frac{nea\,V_H}{I}$$

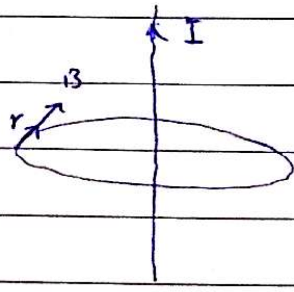


میدان مغناطیسی در اطراف سیم طویل حامل جریان :

$$\oint B \cancel{\cos\theta}\, dr = \mu_0 I \longrightarrow$$

$$B \oint_0^{2\pi} r\, d\varphi = \mu_0 I \longrightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \longrightarrow$$

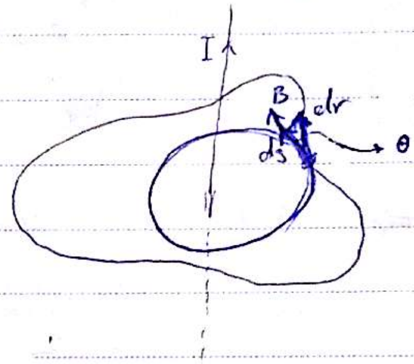
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



NAHAL

Scanned by CamScanner

میدان مغناطیسی:



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \longrightarrow B(2\pi r)=\mu_0 I \Longrightarrow$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r}=\oint B\cos\theta\, dr=\oint B\, ds=$$

$$\oint BR\,d\varphi=\oint \frac{\mu_0 I}{2\pi R} R\,d\varphi=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \Rightarrow$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r}=\mu_0 I=\mu_0\int \vec{j}\cdot d\vec{A} \longrightarrow$$ قانون آمپر

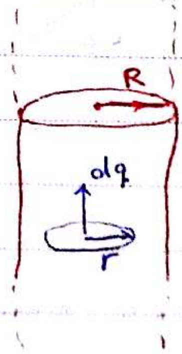
چگالی

* استفاده از قانون آمپر نیز محدودیت دارد، برای مواردی مثل سیم بسیار طویل حامل جریان به کار می‌رود.

* از یک سیم طویل حامل جریان با سطح مقطع دایره‌ای به شعاع R، چگالی جریان‌های $j=2r^2$ عبور می‌کند. میدان مغناطیسی در نقاط $r<R$, $r>R$ بدست آورید. * r ← فاصله از محور سیم ← $r=r'$

$r<R$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r}=\mu_0\int \vec{j}\cdot dA=\mu_0\int j\cos\theta\, dA \rightarrow$$



$$B(2\pi r)=\mu_0\int_0^r\int_0^{2\pi} 2r'^2\, r'\,dr'\,d\varphi \Rightarrow B(2\pi r)=\frac{2}{4}\mu_0 r^4 (2\pi)$$

$$\Rightarrow B=\frac{1}{2}\pi r^3$$

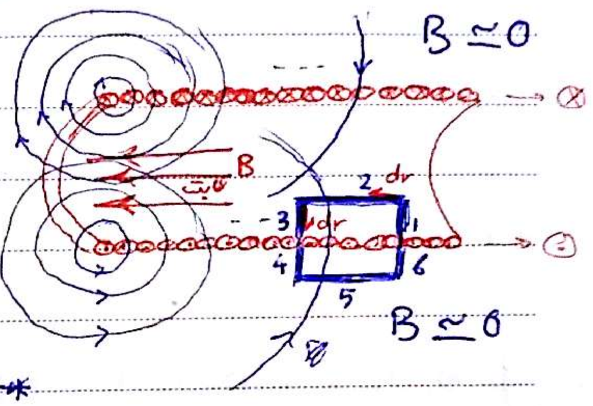
$r>R$

$$B(2\pi r)=\mu_0\int_0^R\int_0^{2\pi} 2r'^2\, r'\,dr'\,d\varphi \Rightarrow B=\frac{\mu_0 R^4}{2r}$$

* دومین شکل هندسی صادق در فرمول آمپر، یک سیملوله طویل است.

میدان مغناطیسی در اطراف یک سیملوله طویل:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 I = \underbrace{\cancel{\int_1} + \int_2 + \cancel{\int_3}}_{B \parallel dr} + \overbrace{\int_4 + \cancel{\int_5} + \int_6}^{B=0}$$



$$\Rightarrow \int B\cos\theta\, dr = \mu_0 I \longrightarrow B\int_0^L dr = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 n i_0$$

* n: تعداد سیم ها (حلقه ها) در واحد طول

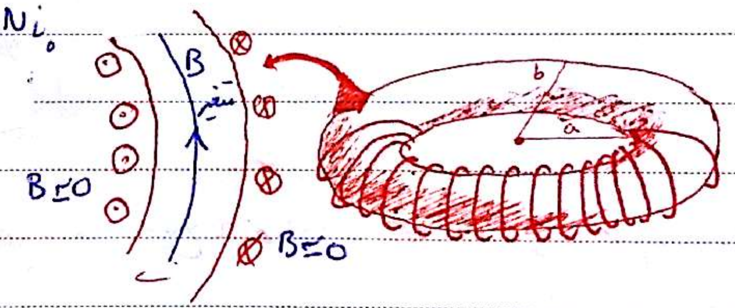
i_0: جریان هر حلقه

* سومین شکل صادق در فرمول آمپر، یک چنبره است.

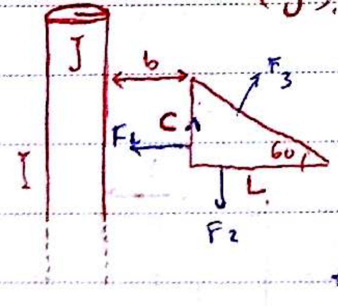
میدان مغناطیسی در اطراف یک چنبره (ترویید):

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 I \longrightarrow B(2\pi r) = \mu_0 N i_0$$

$$B = \frac{\mu_0 N i_0}{2\pi r} \longrightarrow B \text{ متغیر است}$$



★ نیروی وارد بر حلقه مثلثی شکل که در نزدیکی سیم طویلی با جریان I قرار دارد؟ (چگالی بار J)



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 I = \mu_0\int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \mu_0\int J\cancel{\cos\theta}\, dA = J\mu_0\pi a^2$$

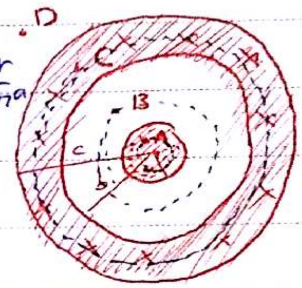
$$\Rightarrow B(2\pi r) = J\mu_0\pi a^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J a^2}{2r}$$

$$F_1 = \int BI\sin\theta\, dL = \int_0^c \frac{\mu_0 J I a^2}{2(a+b)}dL = \frac{\mu_0 I J a^2 c}{2(a+b)}$$

$$F_2 = \int_{a+b}^{a+b+L} \frac{\mu_0 J a^2}{2r} I\, dr = \frac{\mu_0 J a^2}{2} I \ln \frac{a+b+L}{a+b}$$

$$F_3 = \int \frac{\mu_0 J a^2}{2r} I\, dL = \int_{a+b}^{a+b+L} \frac{\mu_0 J I a^2}{2r} \frac{dr}{\cos 60} = \mu_0 J a^2 I \ln \frac{a+b+L}{a+b}$$

* یک کابل هم محور مطابق شکل زیر مفروض است. میدان مغناطیسی در A، B، C و D ؟



نقطه A : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I = \mu_0 J A \rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 \frac{I}{\pi a^2} \pi r^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$

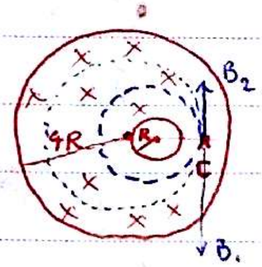
در نقطه B : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

در نقطه C : $\frac{\mu_0 (I - J(\pi r^2 - \pi b^2))}{2\pi r}$

در نقطه D : $\frac{\mu_0 (I - J(\pi c^2 - \pi b^2))}{2\pi r}$

★ یک کابل طویل به شعاع 4R با چگالی جریان J مفروض است. حفره‌ی استوانه‌ای طویل درآن مطابق شکل قرار گرفته.

$B = B_2 - B_1$ میدان مغناطیسی در نقطه C به فاصله 3R بین مرکزهای آن دو را بدست آورید



$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I \rightarrow B_1 (2\pi(3R)) = \mu_0 J (\pi (3R)^2) \rightarrow$

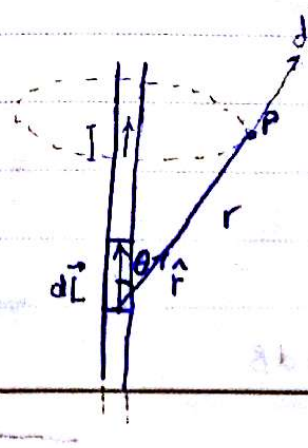
$B_1 (2\cancel{\pi} R) = \mu_0 J (\cancel{\pi} \times 3R) \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 J (3R)}{2}$

$B_2 (2\pi r) = \mu_0 J \pi R^2 \rightarrow B_2 (2\pi(2R)) = \mu_0 J \pi R^2 \rightarrow$

$B_2 = \frac{1}{4} \mu_0 J R \rightarrow B = \frac{1}{4} \mu_0 J R - \frac{3}{2} \mu_0 J R$

قانون بیو ساوار :

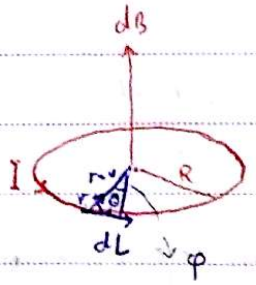
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$ ← برداریکه



θ : زاویه بین dl و r

* اگر به جای بردار یکه $\hat{r}$ از خود بردار $\vec{r}$ استفاده کردیم باید مخرج r^3 شود.

* یک حلقه حامل جریان I به شعاع R مفروض است. میدان ؟ dB ها هم‌راستا پس :



$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dL\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi} R\,d\varphi \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

* یک حلقه حامل جریان به شعاع R مفروض است. میدان مغناطیسی را روی محور آن به فاصله z بدست آورید

$B_x = B_y = 0 \longleftrightarrow$ تقارن

$$B_z = \int dB_z = \int dB\cos\gamma = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dL\sin\theta}{r^2}\cos\gamma$$

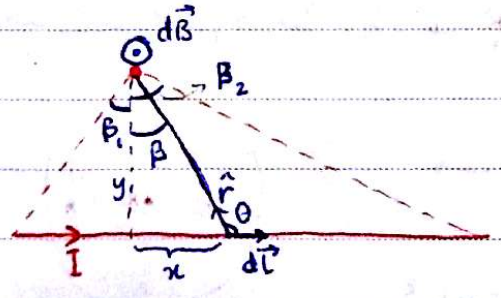
$\theta = \frac{\pi}{2}$

$\cos\gamma = \frac{R}{r}$

$r = \sqrt{z^2+R^2}$

$$B = B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\cos\gamma\int_0^{2\pi} R\,d\varphi \Rightarrow \qquad B = \frac{\mu_0 I R}{2r^2}\cos\gamma$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I\, R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}$$



میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم حامل جریان مستقیم :

dB ها هم‌راستاند $\Rightarrow B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dL\sin\theta}{r^2} =$

$$= \frac{\mu_0 I y}{4\pi}\int \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I y}{4\pi}\int \frac{y(1+\tan^2\beta)\,d\beta}{y^3(1+\tan^2\beta)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi y}\int_{-\beta_1}^{\beta_2}\cos\beta\,d\beta$$

$\frac{1}{\cos^2\beta}$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}(\sin\beta_2 + \sin\beta_1)$$

$\sin\theta = \frac{y}{r}$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$\tan\beta = \frac{x}{y}$

$\rightarrow dx = y(1+\tan^2\beta)\,d\beta$

Subject
Date

* میله‌ای به طول L و جرم m را روی سطح شیب داری که از یک سیم U شکل تشکیل شده قرار داده رها می‌کنیم. این سیستم درون یک میدان یکنواخت B است. مقاومت درون کل مدار را R فرض کنید. زمانی که به سرعت حد V می‌رسد جریان القایی؟

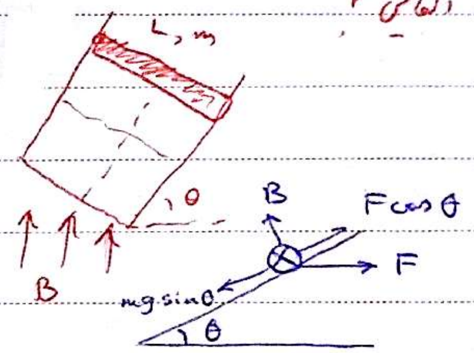
$mg\sin\theta = F\cos\theta \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{R}]{F=ILB} mg\sin\theta = \frac{\varepsilon}{R}LB\cos\theta,$

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\cos\theta\, dA = \frac{d}{dt}B\cos\theta A \xrightarrow{lx} =$

$= B\cos\theta\, LV$

$I = \frac{B\cos\theta LV}{R} \longrightarrow \quad mg\sin\theta = \frac{B\cos\theta LV}{R}LB\cos\theta$

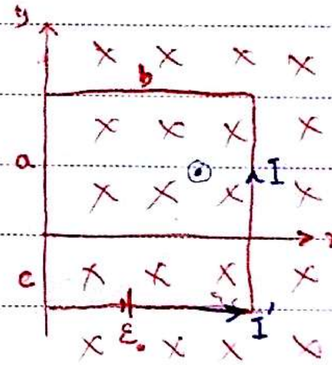
$\Rightarrow V = \frac{Rmg\sin\theta}{B^2L^2\cos^2\theta}$



* در شکل زیر یک حلقه سیم مستطیلی که به یک باتری با ولتاژ ε اتصال دارد در داخل یک میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. جریان عبوری از آن؟ مقاومت در واحد طول سیم را R فرض کنید. $B = x^2y^4t^2$

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\cancel{\cos\theta}\, dA = \frac{d}{dt}\int x^2y^4t^2\, dx\,dy =$

$= \frac{d}{dt}\int_0^a\int_0^b x^2y^4t^2\, dx\,dy = \left(\frac{1}{3}b^3\right)\left(\frac{1}{5}a^5\right)(2t) \Rightarrow \varepsilon = \frac{2}{15}b^3a^5t$



$I = \frac{\varepsilon}{2R(a+b+c)}, \quad I' = \frac{\varepsilon_0}{2R(a+b+c)}, \quad I'' = I + I'$

Scanned by CamScanner

نیرو القایی :

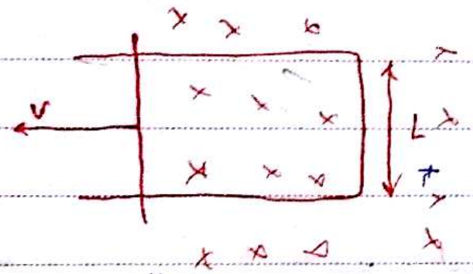
قانون فارادی :

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = IR \longrightarrow \mathcal{E} = -N \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

قانون گوس در مغناطیس بیان می‌کند که شار عبوری از سطح بسته داخل میدان مغناطیسی صفر است.

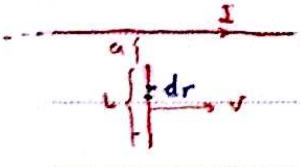
* یک میله فلزی را مطابق شکل روی یک سیم U شکل با سرعت v به حرکت می‌اندازیم. نیروی محرکه القایی در حلقه و جریان القایی در هر لحظه را بدست آورید. (مقاومت لحظه‌ای R)



$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\int B\cos\theta \, dA = -\frac{d}{dt}\int B(-1)\, dA = \frac{d}{dt}\int_0^x\!\!\int_0^L dx\, dy = B\,L\frac{dx}{dt} = \boxed{BLv}$$

* برای این قبیل حلقه‌ها : $\mathcal{E} = LBv \quad d\mathcal{E} = Bv \; dL$

* یک سیم حامل جریان طویل مفروض است. یک سیم را مطابق شکل و با سرعت v در امتداد آن به حرکت در می‌آوریم. نیروی محرکه القایی؟

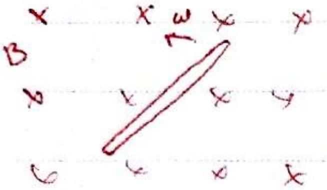


$$\mathcal{E} = \int B v \, dL = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} v \, dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} v \int_a^{a+L} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\frac{a+L}{a}$$

* یک میله فلزی را حول یک انتهای آن با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌دهیم، خطوط میدان مغناطیسی را مطابق شکل

Subject:
Date

قطع کند. نیروی محرکه القایی؟

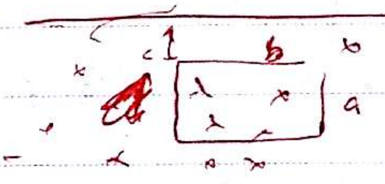


$$\mathcal{E} = \int B v \, dL = \int_0^L B r \omega \, dr \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{2} B \omega L^2$$

★ یک حلقه مستطیلی را مطابق شکل در کنار یک سیم طویل حامل جریان قرار می‌دهیم. اگر مقاومت R و جریان I باشد، جریان القایی؟

اگر $I = 2t^2$ باشد چطور؟

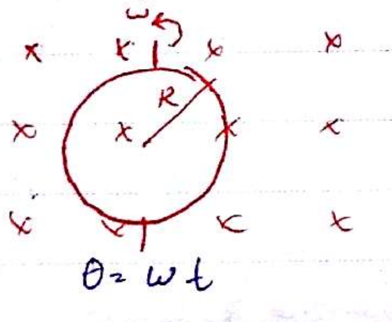
در قسمت اول جریان القایی صفر است.



$$\mathcal{E} = \frac{d}{dt} \int B \cdot dA = \frac{d}{dt} \int_c^{a+c} \int_0^b \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)(-1) \, dx \, dr =$$

$$= \frac{d}{dt} \frac{\mu_0 (2t^2) b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c} = \frac{2\mu_0 b t}{\pi} \ln \left(\frac{a+c}{c} \right)$$

★ یک حلقه دایره‌ای شکل به شعاع R را داخل یک میدان یکنواخت با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخانیم. اگر مقاومت حلقه R باشد، جریان القایی؟



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int B \cos\theta \, dA = -\frac{d}{dt} B \int \cos \omega t \, r \, dr \, d\varphi =$$

$\theta = \omega t$

$$= -\frac{d}{dt} B \cos \omega t \; \pi R^2$$

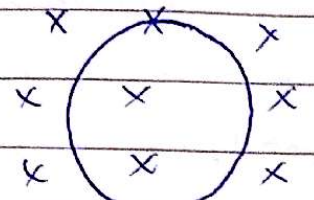
$$\Rightarrow \quad \mathcal{E} = B \omega \pi R^2 \sin \omega t \Rightarrow \mathcal{E}_{max}$$

$$\mathcal{E} = \underline{B \omega \pi R^2} \sin \omega t \longrightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}_{max} \sin \omega t$$

از قانون فاراده دو تا آخر جلسه ۲۳

Subject: Date:

قانون فاراده (دوم) :



$F = Eq$

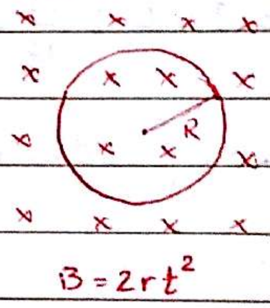
$W = qV = q_0 \mathcal{E} \rightarrow$

$$W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int q_0 \vec{E}.d\vec{r} = q_0 E(2\pi r) \longrightarrow q_0 \mathcal{E} = q_0 E(2\pi r) \Rightarrow \mathcal{E} = E(2\pi r)$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{E} = \oint \vec{E}.d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \oint \vec{E}.d\vec{r} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

E حاصل از تغییرات شار پایستار نیست . میدان الکتریکی در جهت جریان است.

★ یک میدان مغناطیسی در استوانه‌ای به شعاع R محصور شده . میدان الکتریکی (جهت و اندازه) برای $r<R$, $r>R$ R

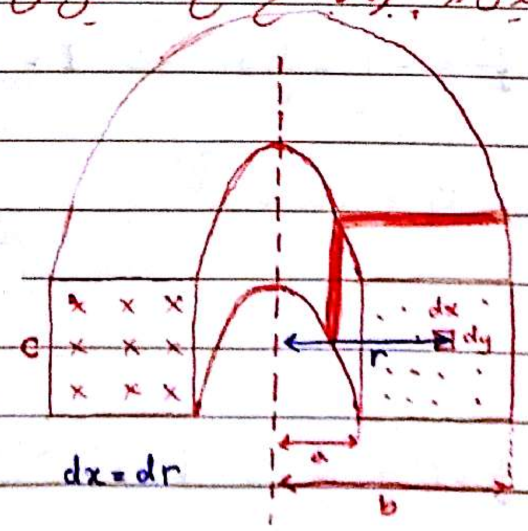


$$\underline{r<R}: \quad E(2\pi r) = \frac{-d}{dt} \int_0^{2\pi}\int_0^{r} 2rt^2 \times (-1) \times r\,dr\,d\varphi =$$

$$\left(\frac{1}{3}r^3\right)(2\pi)(2t)\,2 = \frac{8}{3} r^3 \pi t \Rightarrow E = \frac{4}{3} r^2 t$$

$$\underline{r>R}: \quad E(2\pi r) = 4\left(\frac{1}{3}R^3\right)(2\pi)t \longrightarrow E = \frac{4}{3}\frac{R^3 t}{r}$$

القاییدگی در چنبره با سطح مقطع مستطیل شکل :



$$Li = N\phi \Rightarrow Li = N\int B\cos\theta\, dA =$$

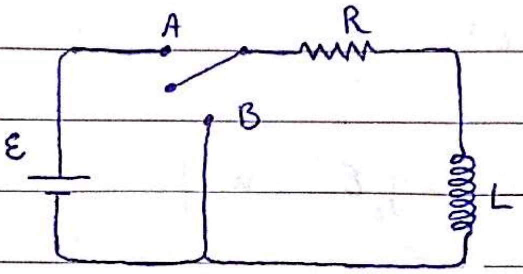
$$= N\int_0^c\int_a^b \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}\,dx\,dy = N\int_0^c\int_a^b \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}\,dr\,dy$$

$$\Rightarrow Li = \frac{\mu_0 N^2 i c}{2\pi} \ln\frac{b}{a} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 c}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

Scanned by CamScanner

Subject:............ Date:............

مدار RL : (اتصال به A)



$$\begin{cases} t=0 \rightarrow I_0=0 \longrightarrow \varepsilon_{\text{القایی}}=\varepsilon_0 \\ t=t_\infty \rightarrow I_\infty = I \ \text{ثابت} \rightarrow \varepsilon_{\text{القایی}}=0 \end{cases}$$

$\Delta I = 0$

$$\varepsilon_0 = V_L + V_R = L\frac{di}{dt} + Ri \longrightarrow \int \frac{di}{\varepsilon - Ri} = \int \frac{dt}{L} \rightarrow \int_0^I \frac{-R\,di}{\varepsilon_0 - Ri} = \int_0^T \frac{-R\,dt}{L}$$

$$\longrightarrow \ln(\varepsilon_0 - Ri)\Big|_0^I = \frac{-RT}{L} \Rightarrow 1-\frac{RI}{\varepsilon_0} = e^{-\frac{RT}{L}} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_0}{R}\left(1-e^{-\frac{RT}{L}}\right)$$

$$V_R = \varepsilon_0\left(1+e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \quad , \quad V_L = \varepsilon_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = L\frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon_0 I = L I \frac{dI}{dt} + RI^2 \quad , \quad P_L = LI\frac{dI}{dt}$$

$* \ \frac{L}{R} = \tau$ ثابت مغناطیسی

$$\Delta U = \int P_L\,dt \longrightarrow \int LI\frac{dI}{dt}\,dt = \frac{1}{2}LI^2$$

(اتصال به B)

$$V_R + V_L = 0 \longrightarrow -RI = L\frac{dI}{dt}$$

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L}\,dt \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$V_R = V_L = R I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

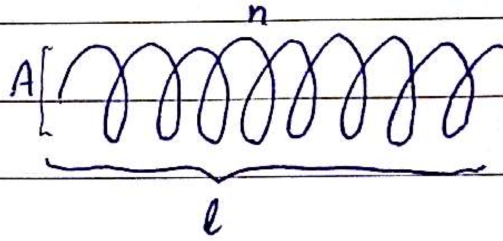
انرژی ذخیره شده در سیملوله:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 L A I^2 \xrightarrow{\times \div \mu_0} \frac{1}{2\mu_0}\overbrace{\mu_0^2 n^2 I^2}^{B^2} LA = \frac{1}{2\mu_0}B^2 LA$$

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\frac{1}{2\mu_0} B^2 L A}{A L} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$ چگالی انرژی مغناطیسی

$$U = \int u \, dv \longrightarrow U = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2 \, dv$$

القاییدگی در سیم لوله :



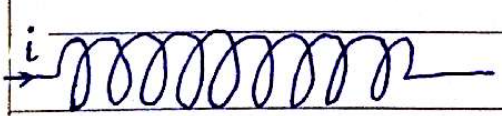
$$Li = N\Phi = n l \Phi \longrightarrow$$

$$\Phi = \int B \cancel{\cos\theta}^{\,1} \, dA = BA = \mu_0 n i A \longrightarrow$$

$$Li = n l \mu_0 n i A \Longrightarrow L = \mu_0 n^2 l A$$

این رابطه بیانگر این است که L فقط به مشخصات ظاهری وابسته است.

القاییدگی :



افزاینده $\xrightarrow{i}$ $\xleftarrow{\varepsilon}$

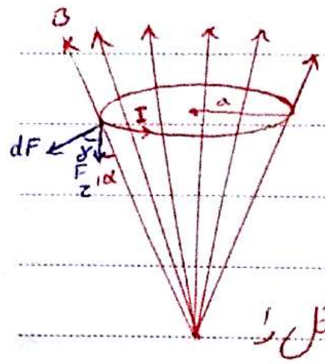
کاهنده $\longrightarrow$ $\xrightarrow{\varepsilon}$

$$Li = N\Phi \longrightarrow -L \frac{di}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt} \longrightarrow \varepsilon_0 = -L \frac{di}{dt}$$

L ← ضریب خودالقایی

L ← مخصوص هر پیچه

★ یک سیم حامل جریان دایره‌ای شکل را مطابق شکل در میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. نیروی اعمالی بر این حلقه؟

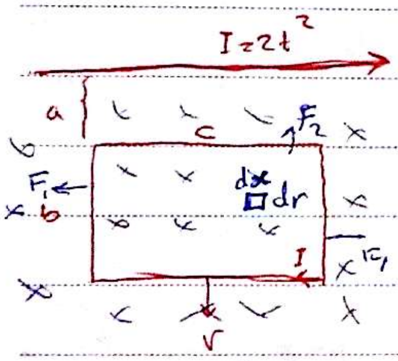


$$F_z = \int dF_z = \int dF \cos\gamma = \int I B \cancel{\sin\theta}\, dL \cos\gamma = IB \int \cos\gamma\, dL =$$

زاویه بین I , B

$$= IB \sin\alpha\, (2\pi a)$$

★ یک سیم حامل جریان طویل با جریان $I = 2t^2$ مفروض است. حلقه‌ای مستطیل شکل را مطابق شکل در مقابل آن قرار داده و با سرعت v به سمت پایین حرکت می‌دهیم. اگر مقاومت حلقه R باشد، نیروی اعمالی لحظه‌ای را بر این حلقه بدست آورید.



$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\cos\theta\, dA = \frac{d}{dt}\int_a^{a+b}\int_0^{c} \frac{\mu_0 (2t^2)}{2\pi r}\, dx\, dy =$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 (4t) c}{2\pi} \ln\frac{a+b+vt}{a+vt} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2\mu_0 t c}{R\pi}\left(\ln\frac{a+b+vt}{a+vt}\right)$$

$$F_2 = \int dF_z = \int dF\cos\gamma = \int IB\cos\gamma\, \cancel{\sin\theta}\, dL = IB\int \cos\gamma\, dL = IB\sin\alpha\,(2\pi a)$$

$$F_1 = \int dF = \int B i \sin\theta\, dL = \int_{a+vt}^{a+vt+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, i \times (1)\, dr$$

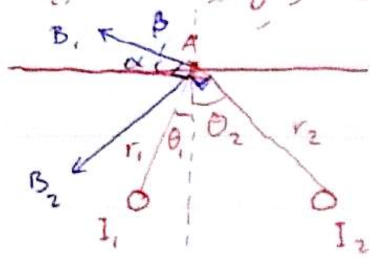
$$F_1 = \frac{\mu_0 (2t^2)}{2\pi}\, i \ln\frac{a+b+vt}{a+vt}$$

$$F_2 = \int B i \sin\theta\, dL = \int_0^c \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+vt)}\, i \times 1\, dL = \frac{\mu_0 2t^2 i}{2\pi(a+vt)}\, c$$

$$F_4 = \dots = \frac{\mu_0 2t^2 i c}{2\pi(a+b+vt)}$$

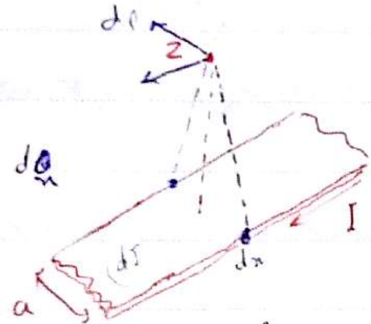
Subject :
Date

★ دو سیم طویل، جریان‌های همسو I_1 و I_2 موازی هم مفروض‌اند. میدان الکتریکی در نقطه A ؟



$$+\begin{cases} \vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}\cos\theta_1\,\hat{i} + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}\sin\theta_1\,\hat{j} \\ \vec{B}_2 \;\; -\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}\cos\theta_2\,\hat{i} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (r_2)}\sin\theta_2\,\hat{j} \end{cases}$$

★ یک نوار حامل جریان طویل با عرض a مفروض است. میدان مغناطیسی روی محور آن به فاصله z ؟



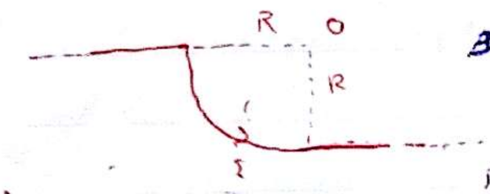
$$dI = \frac{I}{a}\,dx$$

$$dB = \frac{dI\,\mu_0}{2\pi r}$$

$$B_x = \int dB_x = \int dB \cos\alpha = \int \frac{\mu_0\, dI}{2\pi r}\,\frac{z}{r} =$$

$$= \int \frac{\mu_0 z \frac{I}{a}\,dx}{2\pi (z^2+x^2)} = \frac{\mu_0 z I}{2\pi a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{dx}{z^2+x^2}$$

★ در شکل زیر یک سیم حامل جریان I مفروض است. میدان مغناطیسی در نقطه O را به دست آورید.



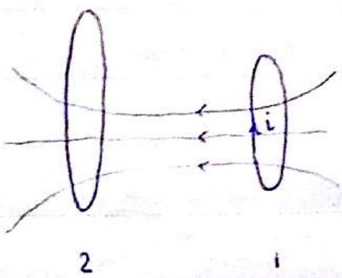
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}\left(\sin\theta_2 + \sin\theta_1\right)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{8R} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R} \longrightarrow B = B_1 + B_2$$

القای دوجانبه :

$$M i_1 = N_2 \Phi_2 \longrightarrow -M\frac{di_1}{dt} = -N\frac{d\Phi_2}{dt} \Rightarrow \varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

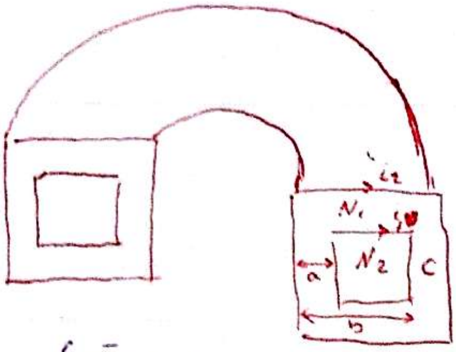
$$M i_2 = N_1 \Phi_1 \longrightarrow -M\frac{di_2}{dt} = -N\frac{d\Phi_1}{dt} \Rightarrow \varepsilon_1 = -M\frac{di_2}{dt}$$



Scanned by CamScanner

القای متقابل ؟

★ دو چنبره را که دارای سطح مقطع مستطیل شکل هستند، مطابق شکل با هم هم محور می کنیم.

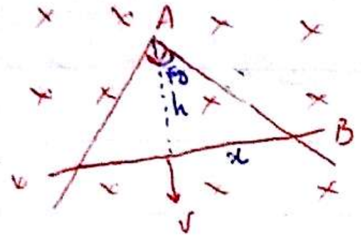


$$Mi_1 = N_2\Phi_2 \longrightarrow \Phi_2 = \int B\cos\theta\, dA =$$

$$= \int_0^c\int_a^b \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} \times 1 \times dr\, dy = \mu_0 \frac{N_1 i_1 c}{2\pi} \ln\frac{b}{a} \longrightarrow$$

(همین صورت $= Mi_2 = N_2\Phi_1$) $\quad Mi_1 = \dfrac{\mu_0 N_1 N_2 i_1 c}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a} \Rightarrow M = \dfrac{\mu_0 N_1 N_2 c}{2\pi}$

★ در شکل زیر میله ای را که روی یک سیم مطابق شکل قرار گرفته است را با سرعت v از نقطه A حرکت می دهیم. نیروی محرکه القایی

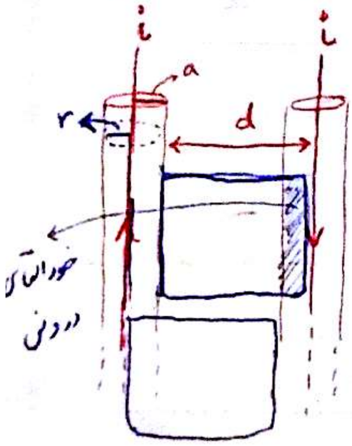


$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\cos\theta\, dA =$$ در این حلقه را بدست آورید.

$$= \frac{d}{dt}BA = \frac{d}{dt}B(2v^2t^2) = 4Bv^2t$$

$h = vt \rightarrow x = \tan 45 \times h$

★ دو سیم طویل با جریان I درکنار هم قرار گرفته اند. القائیدگی این دو سیم را در واحد طول بدست آورید.



خود القای هر سیم را حساب کنید. جریان سیم ها جهت مخالف دارند. $\rightarrow$ $I = JA \rightarrow$

$$J = \frac{i}{\pi a^2} \longrightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{J}\cdot d\vec{A} \longrightarrow$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 JA = \mu_0 \frac{I}{\pi a^2}\pi r^2 \longrightarrow B_1 = \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2} \quad r<a$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad r>a$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \longrightarrow \Phi_1 = \int_0^l\int_0^a \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2}\, dr\, dy = \frac{\mu_0 i l}{4\pi}$$

$$\Phi_2 = \int_0^l\int_a^{a+d} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, dr\, dy = \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\ln\frac{a+d}{a}$$

Subject

Date

واحد طول — درون سیم بودن

$$Li = N\phi \longrightarrow L\cancel{i} = \frac{2\mu_0 \cancel{i}\, l}{4\pi} + \frac{2\mu_0 \cancel{i}\, l}{2\pi} \ln \frac{a+d}{a} \Rightarrow$$

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \ln\frac{a+d}{a}\right)$$

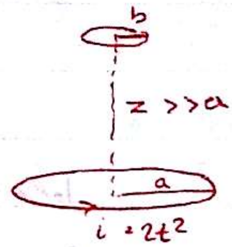
راه دوم : $L = \dfrac{2U}{i} \longrightarrow L = \dfrac{2\int \frac{1}{2\mu_0} B^2 dV}{i}$ $\quad B = B_1$ یا B_2 (B_1 مثلاً)

$$U = 2\int_0^l\int_0^{2\pi}\int_0^a \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2}\right) r\,dr\,d\varphi\,dz = \ldots$$

★ در شکل زیر دو حلقه به شعاع a و b را هم محور می‌کنیم به طوری که z خیلی بزرگتر از a باشد. اگر جریان $i = 2t^2$ را در حلقه به شعاع a روان سازیم: نیروی محرکه القایی (در حلقه به شعاع b)؟ القای دوجانبه را بدست آورید.

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(z^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\int B \cancel{\cos\theta}\, dA = \frac{d}{dt}\int \frac{\mu_0 i a^2}{2(z^2+a^2)^{3/2}}\, dA \Rightarrow$$



$$\mathcal{E} = \frac{d}{dt}\,\frac{\mu_0\, 2t^2 a^2}{2z^3}\,\pi b^2 = \frac{2\pi\mu_0 a^2 b^2 t}{z^3}$$

$$Mi = N\phi \longrightarrow Mi = \phi \longrightarrow M\cancel{i} = \frac{\mu_0 \cancel{i}\, a^2}{2z^3}\,\pi b^2$$

★ یک حلقه را مطابق شکل با یک سیم لوله طویل هم مرکز می‌کنیم. القای دوجانبه را بدست آورید. نیروی محرکه القایی در حلقه (به شعاع b)؟ میدان الکتریکی در حلقه؟ انرژی ذخیره شده در واحد طول سیم لوله؟

$$Mi = N\phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int \mu_0 n i\, dA = \mu_0 n i \pi a^2$$

$$\mathcal{E} = N\frac{d\phi}{dt} \text{ یا } M\frac{di}{dt} \longrightarrow \ldots$$

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow E(2\pi b) = \frac{d}{dt}\mu_0 n (2t^2)\pi a^2 \Rightarrow E = \frac{2\mu_0 n a^2 t}{b}$$

$$U = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2 V = \int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^a \frac{1}{2\mu_0}(\mu_0 n i)^2 r\,dr\,d\varphi\,dz = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2 (\pi R^2)\, 1 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2 \pi a^2$$