

بنام خدا

[HTTP://WWW.MATH-HOME.IR](http://www.math-home.ir)

نکات و

نمونه سوالات

ریاضی پایه هفتم

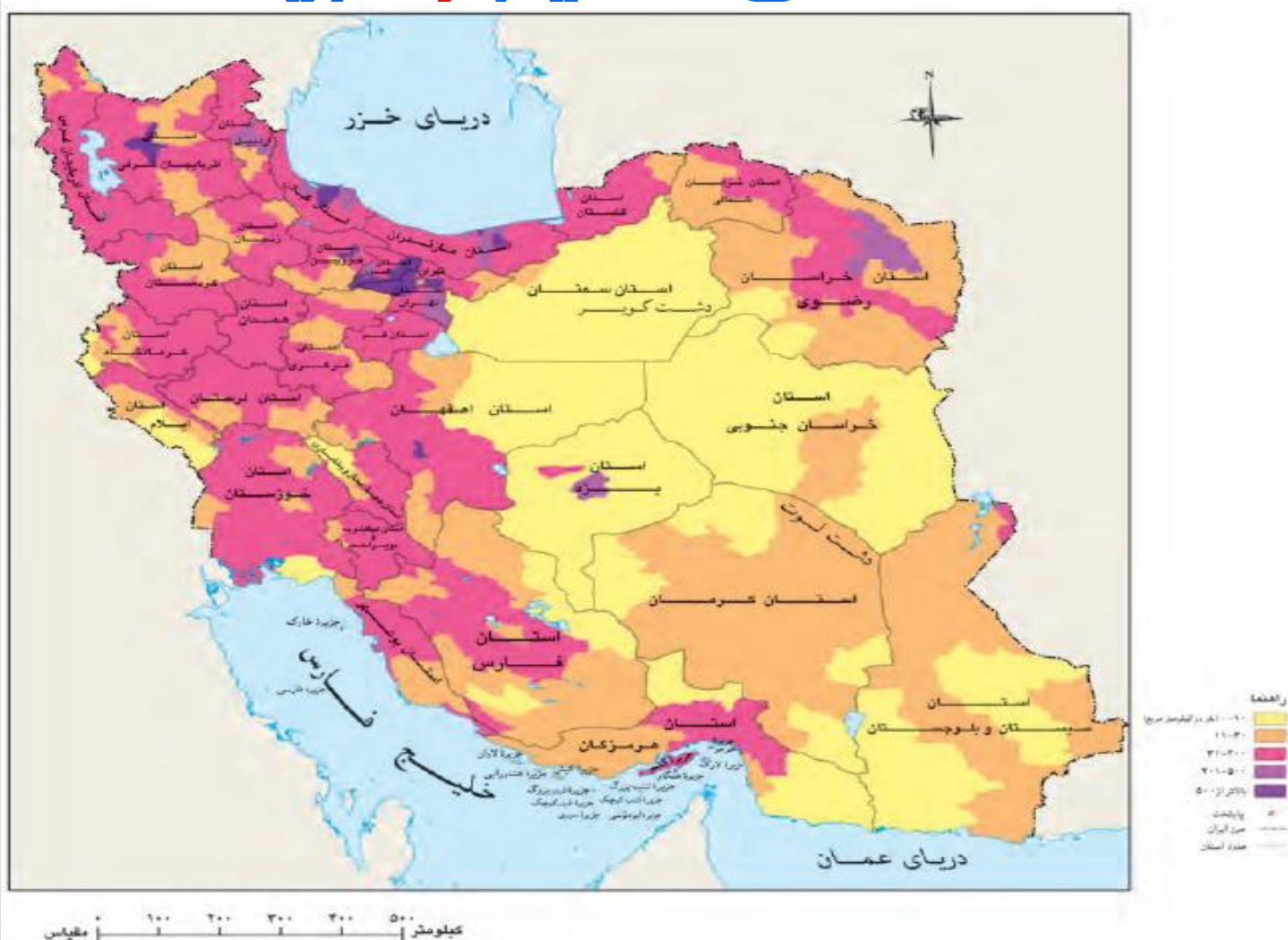
نویسنده : علی اکبریان

<http://khanehriazi۷.blogfa.com/>

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۱)

عددهای صحیح و گویا



نکات مهم مبحث اعداد صحیح

نکته ۱ برای تعیین علامت یک عدد از روابط زیر (ضرب اعداد صحیح) استفاده می‌کنیم.

$$+ \times + = + \quad + \times - = -$$

$$- \times + = - \quad - \times - = +$$

نکته ۲ با توجه به نکته ۱ می‌توان مشاهده کرد که در تعیین علامت یک عدد صحیح، علامت + تأثیری ندارد و فقط

تعداد علامت‌های - هستند که علامت یک عدد را مشخص می‌کنند:

اگر تعداد علامت‌های - یک عدد زوج باشند علامت حاصل + می‌شود

اگر تعداد علامت‌های - یک عدد فرد باشند علامت حاصل - می‌شود

سوال: اعداد زیر را تعیین علامت کنید.

$$-(-3) = \quad -\left(-\left(-\left(-(+4)\right)\right)\right) =$$

$$+(-(+3)) = \quad -\left(-\left(+\left(-\left(-4\right)\right)\right)\right) =$$

اکبرپار

نکته ۳ برای اینکه حاصل جمع یا تفریق دو عدد صحیح را حساب کنیم ابتدا اعداد را تعیین علامت می‌کنیم (پراتزها

را نیز حذف می‌کنیم) و سپس حاصل جمع دو عدد را از روابط زیر حساب می‌کنیم:

۱- اگر دو عدد هم علامت باشند، دو عدد را با هم جمع می‌کنیم.

۲- اگر دو عدد هم علامت نباشند، دو عدد را از هم کم می‌کنیم. (بدون در نظر گرفتن علامتها)

علامت حاصل همیشه علامت عدد بزرگتر می‌باشد (در مقایسه دو عدد علامت اعداد را در نظر نمی‌گیریم)

سوال: حاصل جمع و تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$(+7) + (+4) = \quad (+5) - (+11) = \quad (+11) - 6 =$$

$$(-7) - (-3) = \quad -7 - (+8) = \quad -8 - 6 =$$

نکته ۴ برای اینکه حاصل جمع و تفریق ۳ عدد صحیح و یا بیشتر از ۳ عدد صحیح را حساب کنیم، (ابتدا اعداد را تعیین

علامت می‌کنیم و پراتزها را حذف می‌کنیم) سپس حاصل را با استفاده از یکی روش‌های زیر حساب می‌کنیم:

روش اول: از سمت چپ محاسبه را شروع می‌کنیم ابتدا حاصل دو عدد سمت چپ را حساب می‌کنیم و سپس حاصل را

با عدد بعدی جمع می‌زنیم و به این ترتیب حاصل عبارت را بدست می‌آوریم.

سوال: حاصل عبارت زیر را حساب کنید

$$-7 + 8 - 11 - 5 + 4 = (-7 + 8) - 11 - 5 + 4 = (+1 - 11) - 5 + 4 = (-10 - 5) + 4 = -15 + 4 = -11$$

روش دوم:

۱- اگر همه اعداد هم علامت باشند آنها را با هم جمع می کنیم (علامت حاصل ، علامت عدد بزرگتر می باشد)

۲- اگر همه اعداد هم علامت نباشد اعداد مثبت را جدا حساب می کنیم و اعداد منفی را جدا حساب می کنیم و سپس با

یک تفریق حاصل را حساب می کنیم (علامت حاصل ، علامت عدد بزرگتر تفریق می باشد)

سوال: حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید .

$$+7 + 6 + 8 + 4 =$$

$$-6 - 7 - 8 - 9 =$$

$$-(-4) - (+8) + 7 + (-12) =$$

$$-8 + 9 - 11 - 15 + 10 - 6 =$$

نکته ۴ ترتیب انجام عملیات در محاسبات ریاضی بصورت زیر است :

اکبرپایان

۱- پرانتز (از داخلی ترین پرانتز محاسبه را شروع می کنیم)

۲- توان و جذر

۳- ضرب و تقسیم (اگر ضرب و تقسیم در کنار هم باشند محاسبه را از سمت چپ شروع می کنیم)

۴- جمع و تفریق

سوال: حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید .

$$5 + (6 - (-7 + 3) - 2) =$$

$$-6 + 4 \times 8 \div (-2) =$$

$$-72 \div (-8) \times 4 + (-7) =$$

$$5 - 6 \times 5 - 2^3 =$$

نکته ۶

$$\text{تعداد اعداد یک الگوی عددی با فاصله ثابت} = \frac{\text{عدد اولی} - \text{عدد آخری}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}} + 1$$

$$\text{مجموع اعداد یک الگوی عددی با فاصله ثابت} = \frac{\text{تعداد} \times (\text{عدد اولی} + \text{عدد آخری})}{2}$$

سوال: حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید .

$$2 + 4 + 6 + \dots + 128 =$$

$$14 + 21 + 28 + \dots + 119 =$$

$$5 + 8 + 11 + \dots + 215 =$$

$$4 - 8 + 12 - 16 + \dots - 120 =$$

اگر بخواهیم علامت + و - را طوری بین اعداد قرار دهیم که :

۱- حاصل عبارت بزرگترین مقدار ممکن شود باید علامت ها را طوری بین اعداد قرار دهیم تا علامت اعداد بعد از تعیین علامت + شود.

۲- حاصل عبارت کمترین مقدار ممکن شود باید علامت ها را طوری بین اعداد قرار دهیم که علامت اعداد بعد از تعیین علامت - شود.

سوال ۱: در جای خالی علامت + یا - را طوری قرار دهید تا حاصل عبارت بیشترین مقدار ممکن شود .

$$-23 \bigcirc (-117) \bigcirc (+24) \bigcirc (-218) =$$

سوال ۲: در جای خالی علامت + یا - را طوری قرار دهید تا حاصل عبارت کمترین مقدار ممکن شود .

$$-(-47) \bigcirc (-33) \bigcirc (+84) \bigcirc (-166) =$$

اکبرپایان

نکات مهم مبحث اعداد گویا

هر عددی را که بتوان بصورت یک کسر متعارفی (کسر معمولی) نوشت که صورت و مخرج آن عدد صحیح

باشند و مخرج مخالف صفر باشد عدد گویا می گویند .

(به عبارت دیگر : به هر عدد کسری بصورت $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددی صحیح باشند و $b \neq 0$ عدد گویا می گویند .)

مثال ۱: اعداد $\frac{3}{5}, -\frac{7}{3}, -2\frac{1}{2}, -1/7, 2/3, -\frac{1}{7}, -\sqrt{25}, \sqrt{9}$ اعدادی گویا هستند .

مثال ۲: اعداد $\sqrt{7}, \frac{5}{7}$ اعدادی گویا نیستند .

اگر صورت و مخرج کسری در یک عدد (غیر صفر) ضرب شوند و یا به یک عدد (غیر صفر) تقسیم شوند

کسری که بدست می آید با کسر اول برابر است .

سوال ۱: سه کسر مساوی با هریک از کسرهای زیر بنویسید .

$$\frac{5}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$-\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

سوال ۲: تساوی های زیر را کامل کنید .

$$\frac{20}{12} = \frac{\square}{6} = \frac{5}{\square}$$

$$-\frac{36}{20} = \frac{18}{\square} = \frac{\square}{5}$$

نکته ۳ : برای مقایسه دو کسر :

الف : اگر مخرج دو کسر برابر باشند کسری بزرگتر است که صورت آن بزرگتر است .

ب : اگر صورت دو کسر برابر باشند کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر است .

ج : اگر صورت و مخرج دو کسر هیچ کدام برابر نباشند بین دو کسر مخرج مشترک میگیریم و سپس آنها را با هم مقایسه می کنیم .

سوال : کسرهای زیر را با هم مقایسه کنید . (در جای خالی علامت $>$ ، $<$ ، $=$ قرار دهید .)

$$\frac{3}{5} \bigcirc \frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{5} \bigcirc \frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{5} \bigcirc -\frac{4}{5}$$

$$-\frac{7}{5} \bigcirc -\frac{7}{6}$$

$$-\frac{2}{3} \bigcirc -\frac{3}{4}$$

نکته ۴ : الف : بین دو کسر بی شمار کسر وجود دارد .

ب : برای پیدا کردن کسری بین دو کسر صورتها را با هم و مخرج ها را با هم جمع می کنیم کسر بدست آمده بین دو کسر قرار دارد .

اکبریان

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+b}{c+d} < \frac{c}{d}$$

$$(a, b \neq 0)$$

سوال : سه کسر بنویسید به طوری که بین دو کسر $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{5}$ باشند .

نکته ۵ : الف : اگر $a < b$ آنگاه $-a > -b$

ب : اگر دو کسر $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ را در نظر بگیریم بطوریکه $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ باشد $(a, b \neq 0)$ آنگاه $-\frac{a}{b} > -\frac{c}{d}$

$$\text{مثال : } 5 < 6 \quad \text{آنگاه} \quad -5 > -6$$

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \quad \text{آنگاه} \quad -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}$$

نکته ۶ : برای اینکه حاصل جمع یا تفریق دو عدد کسری را حساب کنیم ابتدا (مانند جمع و تفریق اعداد صحیح) اعداد

را تعیین علامت می کنیم (پراتزها را نیز حذف می کنیم) و سپس بین مخرج دو کسر مخرج مشترک می گیریم و حاصل را حساب می کنیم .

نکته ۷

برای پیدا کردن مخرج مشترک بین دو کسر مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم .

الف : اگر مخرج بزرگتر بر مخرج کوچکتر بخش پذیر باشد مخرج بزرگتر را مخرج مشترک قرار می دهیم .

ب : اگر ب.م.م دو مخرج برابر ۱ شود مخرج ها را در هم ضرب می کنیم . و حاصل را مخرج مشترک قرار می دهیم .

ج : اگر مراحل قبل هیچ کدام برقرار نبود ک.م.م دو مخرج را حساب می کنیم و مخرج مشترک قرار می دهیم .

نکته ۸

روش محاسبه ک.م.م دو عدد (روش کسری)

برای اینکه ک.م.م دو عدد را حساب کنیم آنها را بصورت یک کسر می نویسیم و سپس آنها را تا حد امکان ساده می کنیم و مانند مثال ۱ ک.م.م دو عدد را حساب می کنیم .

سوال ۱ : ک.م.م دو عدد را حساب کنید .

$$[۳۵, ۴۲] = \quad \frac{۳۵}{۴۲} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow ۳۵ \times ۶ = ۲۱۰, \quad ۵ \times ۴۲ = ۲۱۰$$

سوال ۲ : حاصل جمع و تفریق های زیر را حساب کنید .

$$\left(-\frac{۱۲}{۵}\right) + \left(-\frac{۸}{۱۵}\right) = \quad -\left(-\frac{۱}{۲۰}\right) - \left(-\frac{-۱}{۱۵}\right) =$$

$$-۲\frac{۱}{۴} - ۳\frac{۱}{۳} = \quad \left(-\frac{۱۵}{۷}\right) - \left(-\frac{۱}{۳}\right) =$$

اکبر پان

نکته ۹

برای اینکه حاصل ضرب دو عدد کسری را حساب کنیم ابتدا علامت حاصل را مشخص می کنیم (در صورت

امکان ساده می کنیم) و سپس صورتها را در هم ضرب و مخرج ها را در هم ضرب می کنیم .

سوال : حاصل ضرب های زیر را حساب کنید .

$$\left(-\frac{۲۰}{۱۸}\right) \times \left(+\frac{۲۴}{۱۵}\right) = \quad \left(-\frac{۲}{۳}\right) \times \left(-\frac{۵}{۷}\right) = \quad \left(+۲\frac{۱}{۲}\right) \times \left(-۳\frac{۱}{۳}\right) =$$

نکته ۱۰

برای اینکه حاصل تقسیم دو عدد کسری را حساب کنیم ابتدا تقسیم را به این صورت به ضرب تبدیل می کنیم

کسر اول \times معکوس کسر دوم و سپس حاصل را مانند ضرب اعداد کسری حساب می کنیم .

سوال : حاصل تقسیم های زیر را حساب کنید .

$$\left(-\frac{۲۱}{۲۰}\right) \div \left(-\frac{۱۴}{۱۵}\right) = \quad \left(-۳\frac{۲}{۳}\right) \div \left(+۲\frac{۱}{۲}\right) =$$

۱- اگر مخرج کسر ساده نشدنی را تجزیه کنیم و در تجزیه آن فقط عامل های ۲ یا ۵ و یا هر دو باشد عدد اعشاری مربوط به این کسرها را مختوم یا تحقیقی می گویند .

مثال : $\frac{3}{4} = 0.75$ $\frac{19}{40} = 0.475$

۲- اگر مخرج کسر ساده نشدنی را تجزیه کنیم و در تجزیه آن عامل های ۲ یا ۵ نباشد و شامل اعداد اول دیگری به جز ۲ و ۵ باشد ، عدد اعشاری مربوط به این کسرها را متناوب ساده می گویند .

مثال : $\frac{1}{3} = 0.3333 \dots = 0.\overline{3}$ $\frac{7}{11} = 0.636363 \dots = 0.\overline{63}$

۳- اگر مخرج کسر ساده نشدنی را تجزیه کنیم و در تجزیه آن عامل های ۲ یا ۵ و یا هر دو باشند و علاوه بر آنها اعداد اول دیگری هم در این تجزیه باشند ، عدد اعشاری مربوط به این کسرها را متناوب مرکب می گویند .

مثال : $\frac{5}{6} = 0.83333 \dots = 0.8\overline{3}$ $\frac{19}{12} = 0.15833363 \dots = 0.1\overline{583}$

اکبرپایان

نکات مهم مبحث اعداد اعشاری

نکته ۱ برای اینکه حاصل جمع یا تفریق دو عدد اعشاری را حساب کنیم ابتدا اعداد را تعیین علامت می کنیم (پراتز

ها را نیز حذف می کنیم) و سپس حاصل جمع دو عدد را از روابط زیر حساب می کنیم :

۱- اگر دو عدد هم علامت باشند، دو عدد را با هم جمع می کنیم.

۲- اگر دو عدد هم علامت نباشند ، دو عدد را از هم کم می کنیم. (بدون در نظر گرفتن علامتها)

علامت حاصل همیشه علامت عدد بزرگتر می باشد (در مقایسه دو عدد علامت اعداد را در نظر نمی گیریم)

سوال : حاصل جمع و تفریق های زیر را حساب کنید .

$$(-3/2) - (-7/25) = \quad \quad \quad -(+3/7) - (-5) =$$

$$(-7/3) - (+2/8) + 5 =$$

نکته ۲ برای اینکه حاصل ضرب دو عدد اعشاری را حساب کنیم ابتدا علامت حاصل را تعیین می کنیم و سپس دو

عدد را در هم ضرب می کنیم .

سوال : حاصل ضرب های زیر را حساب کنید .

$$(-2/3) \times (-3) = \quad \quad \quad (+0.7) \times (+2/1) =$$

برای اینکه حاصل تقسیم اعداد اعشاری را حساب کنیم ، می توان اعداد اعشاری را به صورت اعداد کسری

نوشت و سپس حاصل تقسیم دو عدد کسری را حساب کرد .

سوال : حاصل تقسیم های زیر را حساب کنید .

$$(-0.32) \div 0.8 =$$

$$(+2/5) \div (-0.12) =$$

$$25 \div (-1/5) =$$

سوال

اکبرپایان

۱- میانگین اعداد ، $-\frac{7}{15}$ ، $+5$ ، $-12/3$ ، $-2\frac{5}{3}$ را حساب کنید .

۲- مجموع دو عدد $3\frac{5}{7}$ و اختلاف دو آنها $-2/3$ می باشد آن دو عدد را حساب کنید .

۳- حاصل عبارت های زیر را حساب کنید .

$$\frac{1 - \frac{1 - \frac{3}{2}}{2}}{5} =$$

$$\frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}} =$$

$$\frac{-2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{4} - 4}{-\frac{7}{25} - \left(-\frac{1}{-30}\right)} =$$

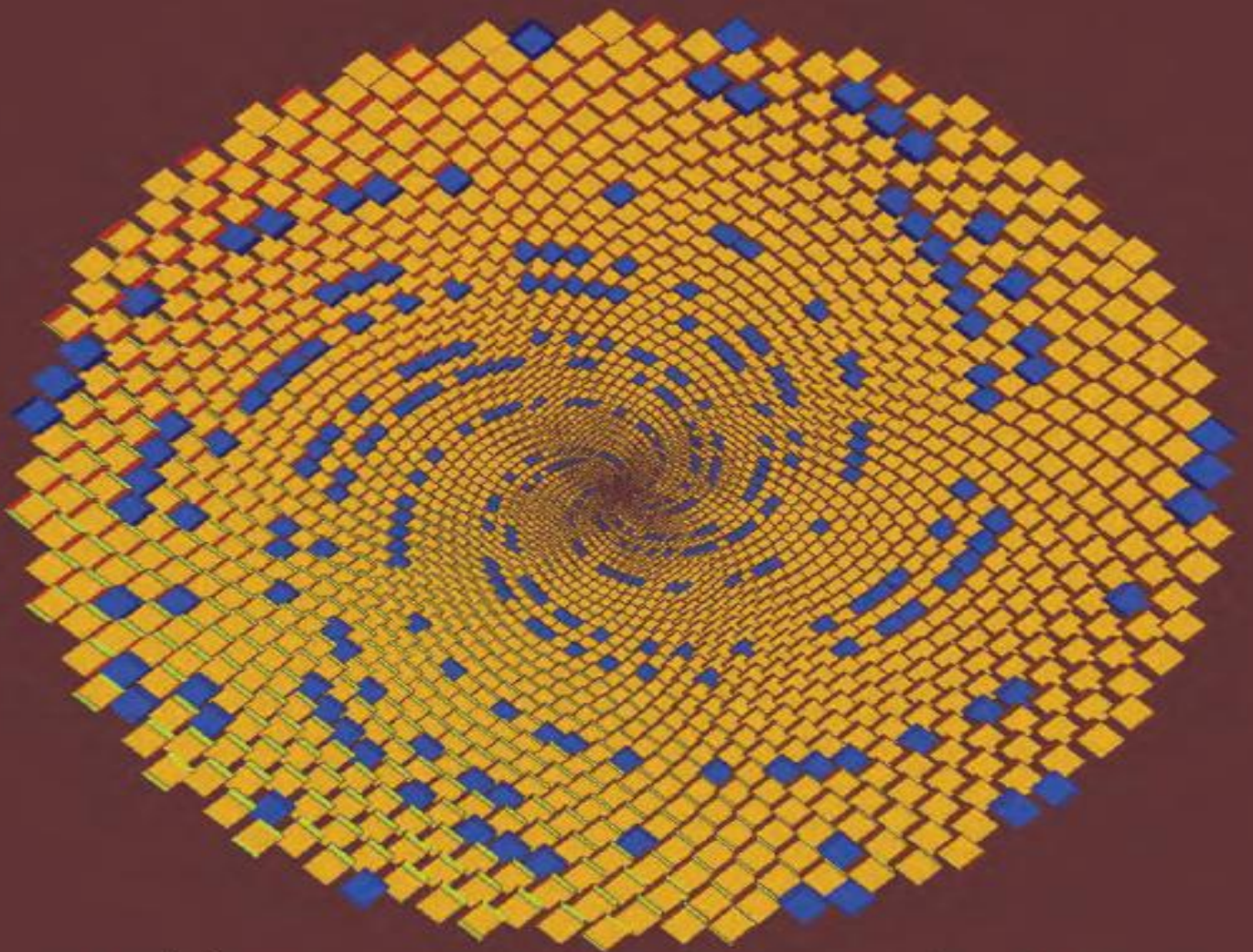
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \div \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} =$$

$$\left[-\frac{7}{12} - \left(-\frac{5}{9}\right)\right] \div [(-2/7) - (-5)] =$$

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۲)

حساب عددهای طبیعی



در این مخروط اعداد طبیعی به ترتیب از نوک مخروط چیده شده‌اند. اعداد اول به رنگ آبی هستند.

<http://khanehriazi۷.blogfa.com/>

اکبرپایان

اعداد طبیعی

اعداد طبیعی سه دسته اند : ۱- اعداد اول ۲- اعداد مرکب ۳- عدد یک

اعداد اول : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بجزء یک و خودش هیچ مقسوم علیه (شمارنده) دیگری نداشته باشد، عدد اول می باشد. (یا به عبارت دیگر هر عدد طبیعی که فقط دو مقسوم علیه (شمارنده) داشته باشد، عدد اول می باشد)

مانند : $2, 3, 5, \dots, 11, 13, \dots, 97, 101, \dots$

اعداد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بجزء یک و خودش مقسوم علیه (شمارنده) دیگری داشته باشد، عدد مرکب می باشد. (یا به عبارت دیگر هر عدد طبیعی که بیشتر از دو مقسوم علیه (شمارنده) داشته باشد، عدد مرکب می

باشد)

اکبرپان

مانند : $4, 6, 8, \dots, 12, 14, \dots, 99, 100, \dots$

عدد یک : عدد یک نه اول است نه مرکب چون فقط یک مقسوم علیه دارد و آن هم خود عدد یک است.

نکته ۱ الف) هر عدد اول را نمی توان بصورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر یک نوشت.

مثال : $17 =$ $13 =$

ب) هر عدد مرکب را می توان بصورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر یک نوشت

مثال : $18 = 2 \times 9$ $15 = 5 \times 3$

نکته ۲ الف) اگر مجموع یا تفاضل دو عدد اول فرد باشد یکی از آن دو عدد حتما عدد ۲ است.

ب) اگر حاصل ضرب دو عدد اول زوج باشد یکی از آن دو عدد حتما عدد ۲ است.

سوال :

۱- مجموع دو عدد اول ۱۳۹ می باشد دو عدد را بنویسید.

۲- حاصل ضرب دو عدد اول ۲۶۲ می باشد دو عدد را بنویسید.

نکته ۳ الف) همه مضرب های یک عدد اول بجزء خود آن عدد مرکب هستند.

مثال : $3 : 3, 6, 9, 12, \dots$

$5 : 5, 10, 15, 20, \dots$

ب) همه مضرب های یک عدد مرکب ، مرکب هستند.

مثال :
۴ : ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...

۶ : ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

نکته ۴ الف) برای اینکه ب.م.م دو عدد را حساب کنیم ابتدا اعداد را به عامل های اول تجزیه می کنیم و سپس عامل های اول مشترک دو عدد را مشخص کرده ، حاصل ضرب آنها ب.م.م دو عدد می باشد .

ب) برای اینکه ک.م.م دو عدد را حساب کنیم ابتدا اعداد را به عامل های اول تجزیه می کنیم و سپس عامل های اول مشترک دو عدد را مشخص کرده ، حاصل ضرب عامل های اول مشترک و همه عامل های غیر مشترک ک.م.م دو عدد می باشد .

اکبریان

مثال : ب.م.م و ک.م.م دو عدد زیر را حساب کنید .

$$(84, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$[84, 60] = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 420$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

نکته ۵ اگر ب.م.م دو عدد یک باشند ، می گوئیم آن دو عدد نسبت بهم اول هستند . (متباین هستند)

مثال :
(۱۴, ۱۵) = ۱ ، (۷, ۵) = ۱ ، (۲, ۷) = ۱ ، (۱۶, ۲۵) = ۱

نکته ۶ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد یعنی دو عدد متباین باشند، آنگاه ک.م.م دو عدد برابر با حاصل ضرب دو عدد

می شود

$$(9, 5) = 1 \Rightarrow [9, 5] = 9 \times 5 = 45$$

مثال :

سوال

۱- اعداد زیر را تجزیه کنید .

۴۵

۳۱

۲۲۰

۳۶

۱۵۰

۲-ب.م.م اعداد زیر را حساب کنید و مشخص کنید کدام جفت از اعداد متباین هستند

$$(18, 24) =$$

$$(12, 15) =$$

$$(7, 13) =$$

$$(11, 12) =$$

$$(35, 36) =$$

$$(42, 50) =$$

۳-ک.م.م اعداد زیر را حساب کنید.

$$[18, 24] =$$

$$[12, 15] =$$

$$[7, 13] =$$

$$[11, 12] =$$

$$[35, 36] =$$

$$[42, 50] =$$

نکته ۷ برای تعیین عددهای اول بین دو عدد طبیعی ابتدا اعداد را نوشته و عدد یک را خط می زنیم، و سپس مضرب های مرکب عددهای اول را خط می زنیم و خط زدن را تا اولین عدد اولی ادامه می دهیم که مجذور (مربع) آن عدد اول بزرگتر از عددهای نوشته شده باشد .

سوال :

۱- اعداد اول بین ۱ تا ۶۰ را بنویسید

۲- اعداد اول بین ۱۰۰ تا ۱۳۰ را بنویسید .

اکبرپایان

نکته ۶ برای تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد ابتدا جذر تقریبی عدد را حساب می کنیم و سپس با تقسیم عدد مورد نظر به اعداد اول کوچکتر از جذر تقریبی عدد ، اول یا مرکب بودن عدد را مشخص می کنیم .

سوال

۱- تعیین کنید اعداد زیر اول هستند یا مرکب ؟

۱۳۹

۲۲۱

۱۹۷

۲۱۰۰۱۱۱

۱- برای مشخص کردن اعداد اول کمتر از ۱۳۰ کافی است که مضربهای کدام اعداد اول را خط بزنیم؟

۲- عددی بین ۱۷۰ و ۲۰۰ قرار دارد برای تشخیص اول بودن این عدد حداکثر چند تقسیم باید انجام شود؟

۳- در روش غربال برای تعیین اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰:

الف) مضرب های چه اعداد اولی را باید خط بزنیم؟

ب) اولین مضرب ۷ که خط می خورد کدام عدد است؟

ج) ۵۱ امین عددی که خط می خورد چه عددی است؟

د) ۶۲ امین عددی که خط می خورد چند است؟

و) اگر هر بار که مضرب های یک عدد اول را خط می زنیم بر روی همه آنها خط بکشیم، عدد ۴۲ چند بار خط می خورد؟

ه) مضربهای ۵ که برای اولین بار خط می خورند کدام هستند؟

ی) مضربهای ۷ که برای اولین بار خط می خورند کدام هستند؟

۴- برای تعیین اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰ به روش غربال اعداد زیر را به ترتیب خط خوردن از چپ به راست مرتب کنید.

۶۶، ۹، ۸، ۳۵، ۹۸، ۸۱، ۷۷، ۹۳، ۴۲، ۹۱، ۳۲، ۸۷،

اکبرپایان

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۳)

چند ضلعی ها



نکات مهم مبحث هندسه فصل ۳

چند ضلعی ها

چند ضلعی : در صفحه به هر خط شکسته بسته چند ضلعی می گویند به شرط آنکه ضلع ها همدیگر را قطع نکنند مگر در راس که دو ضلع بهم می رسند .

چند ضلعی منتظم : چند ضلعی هستند که همه ضلع ها با هم و همه زاویه ها با هم برابر هستند .

مانند : مثلث متساوی الاضلاع ، مربع

چند ضلعی محدب (کوژ) : اگر تمام زاویه های یک چند ضلعی از 180° درجه کمتر باشد به آن چند ضلعی محدب می گویند .

چند ضلعی مقعر (کاو) : اگر یک چند ضلعی دارای حداقل یک زاویه بزرگتر از 180° درجه باشد به آن چند ضلعی مقعر می گویند .

اکبرپان

تقارن

مرکز تقارن :

۱- اگر نتیجه دوران 180° درجه ای یک شکل حول یک نقطه مانند O روی آن شکل منطبق شود می گوئیم شکل مرکز تقارن دارد و نقطه O مرکز تقارن شکل می باشد .

۲- اگر نقطه ای مانند O وجود داشته باشد بطوری که قرینه هر نقطه از آن شکل نسبت به نقطه O روی شکل واقع شود می گوئیم شکل مرکز تقارن دارد و نقطه O مرکز تقارن شکل می باشد .

الف) هر n ضلعی منتظم دارای n خط تقارن (محور تقارن) است .

ب) در هر n ضلعی منتظم اگر n زوج باشد n ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد .

ج) در هر n ضلعی منتظم اگر n فرد باشد n ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد .

د) در n ضلعی های منتظم که مرکز تقارن دارند محل برخورد محورهای تقارن مرکز تقارن می باشد .

خطوط موازی

اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند با آن دو خط هشت زاویه بوجود می آورد که چهارتا از زاویه ها تند و چهار تا از زاویه ها باز هستند زاویه های تند با هم برابر و زاویه های باز با هم برابر هستند

یک زاویه تند و یک زاویه باز مکمل هستند

۱- دو خط عمود بر یک خط ، موازی هستند

۲- اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود ، بر دیگری نیز عمود می شود

۳- دو خط موازی با یک خط ، خودشان موازی هستند .

متوازی الاضلاع

متوازی الاضلاع : چهار ضلعی است که ضلع های روبروی آن دو به دو موازی هستند .

ویژگی های متوازی الاضلاع :

۱- ضلع های روبرو مساوی هستند .

۲- زاویه های روبرو مساوی هستند .

۳- زاوی های مجاور مکمل هستند .

۴- قطر ها همدیگر را نصف می کنند .

مربع ، مستطیل ، لوزی هر کدام یک نوع متوازی الاضلاع هستند .

مستطیل : متوازی الاضلاعی است که چهار زاویه آن قائمه هستند . (مربع یک نوع مستطیل است)

مربع : متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و چهار زاویه قائمه دارد .

لوزی : متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی دارد . (مربع یک نوع لوزی است)

در هر مربع و مستطیل دو قطر برابر هستند .

در هر مربع و لوزی دو قطر عمود منصف یکدیگرند .

۱- اگر وسط های اضلاع مجاور یک مستطیل را دو به دو بهم وصل کنیم از برخورد آنها یک لوزی بوجود می آید .

۲- اگر وسط های اضلاع مجاور یک لوزی را دو به دو بهم وصل کنیم از برخورد آنها یک مستطیل بوجود می آید .

۳- اگر وسط های اضلاع مجاور یک مربع را دو به دو بهم وصل کنیم از برخورد آنها یک مربع بوجود می آید .

۴- اگر وسط های اضلاع مجاور یک متوازی الاضلاع را دو به دو بهم وصل کنیم از برخورد آنها یک متوازی الاضلاع بوجود می آید

۵- اگر وسط های اضلاع مجاور یک مختلف الاضلاع را دو به دو بهم وصل کنیم از برخورد آنها یک متوازی الاضلاع بوجود می آید

دوزنقه

دوزنقه چهار ضلعی است که فقط دو ضلع آن موازی هستند .

اکبرپان

ویزگیهای دوزنقه:

۱- در هر دوزنقه دو زاویه مجاور ساق ها مکمل هستند .

۲- در دوزنقه متساوی الساقین دو زاویه مجاور قاعده ها مساوی هستند .

زاویه داخلی

$$\text{مجموع زاویه های داخلی یک } n \text{ ضلعی} = (n - 2) \times 180^\circ$$

$$\text{اندازه هر یک از زاویه های داخلی یک } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

منظور از پوشاندن یک سطح بوسیله چند ضلعی ها این است که سطح را طوری بوسیله چند ضلعی ها بپوشانیم که هیچ فضای خالی بین چند ضلعی ها وجود نداشته باشد و یا اینکه چند ضلعی ها روی هم قرار نگیرند .

۱- روی یک سطح را میتوان با هر نوع سه ضلعی ، یا با هر نوع چهار ضلعی پوشانید

۲- روی یک سطح را نمی توان با هر نوع پنج ضلعی ، شش ضلعی ، هفت ضلعی و ... پوشانید

۳- در بین چند ضلعی های منتظم فقط با سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی الاضلاع) ، چهار ضلعی منتظم (مربع) ،

شش ضلعی منتظم میتوان روی یک سطح را پوشانید . (با هیچ کدام از چند ضلعی های منتظم دیگر نمی توان روی

یک سطح را پوشانید)

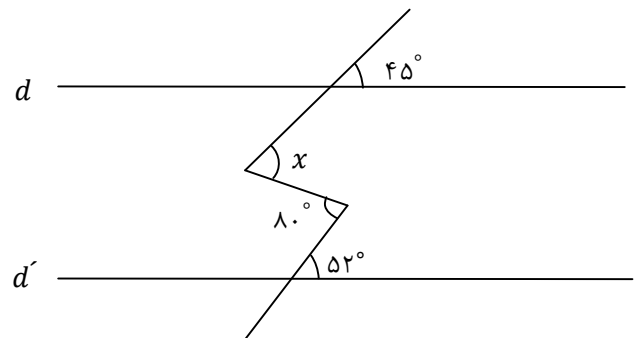
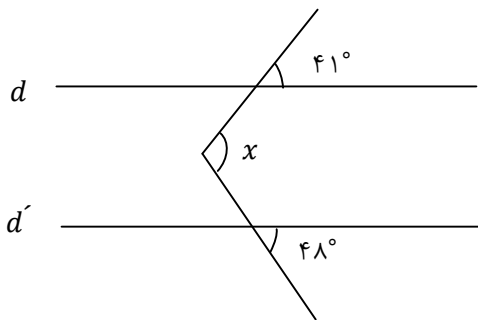
زاویه خارجی

در هر مثلث اندازه زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور می باشد

مجموع زاویه های خارجی هر n ضلعی 360 درجه می باشد

سوال

۱- در هر شکل مقدار x را حساب کنید. ($d \parallel d'$)

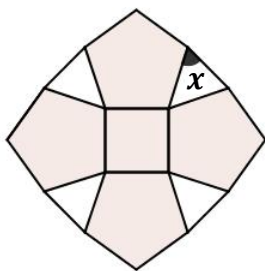


۲- اندازه هر یک از زاویه های داخلی یک 10 ضلعی منتظم را حساب کنید. (با استفاده از زاویه خارجی)

۳- یک 5 ضلعی محدب حداکثر چند زاویه 50 درجه می تواند داشته باشد؟

۴- سطح زیر با یک کاشی مربع شکل، 4 کاشی به شکل 5 ضلعی منتظم و 4 کاشی مثلث شکل پوشیده شده است.

زاویه x چند درجه است؟



اکبرپایان

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۴)

جبر و معادله



عبارتهای جبری

۱- به ترکیبی از اعداد و حروف که با علامت های (+, ×, ÷, -) به هم مربوط می شوند عبارت های جبری می گویند .

مثال : a , $5y + 2x$, $3x$, $3xy$, $\frac{5}{y}$, \sqrt{x} , $\frac{3}{x}$ هر کدام عبارت جبری می باشند .

۲- هر جمله جبری معمولا از دو قسمت تشکیل می شود :

الف) قسمت حرفی ، که به آن متغیر می گویند .

ب) قسمت عددی که به آن ضریب می گویند .

مثال : در جمله $3x$ به x متغیر و به ۳ ضریب می گویند .

۳- در یک جمله جبری اگر قسمت حرفی ضریب نداشته باشد ضریب آن یک است .

مثال : $a = 1 \times a$, $-x = -1 \times x$

اکبرپایان

ساده کردن عبارت های جبری (جمع و تفریق)

۱- جمله های متشابه ، جمله ای هستند که قسمت حروف (متغیر) آنها کاملا شبیه به هم هستند .

مثال : $3ab$, $-ba$, $\frac{3}{2}ab$

۲- در یک عبارت جبری می توان با جمع و تفریق نمودن جمله های متشابه عبارت جبری را ساده کرد.

مثال : $3a + 5a =$ $ab - 3ab =$

۳- توزیع پذیری (خاصیت پخشی) : اگر عددی در یک پرانتز ضرب شود این عدد را باید در تک تک جملات داخل پرانتز ضرب کنیم .

مثال : $2 \times (3a - b) =$ $-3 \times (4x + 2y - 3) =$

۴ - برای ساده کردن یک عبارت جبری ترتیب اولویت عملیات ریاضی در محاسبات را باید رعایت کنیم (عمل ضرب نسبت به جمع و تفریق در اولویت می باشد)

سوال

عبارت های جبری زیر را ساده کنید .

$$3x - 8y + 3 - 7x + y - \frac{1}{2} =$$

$$2(3a - 2b) + 5b =$$

$$-2(3b + 2c) + 6b - c =$$

$$4ax^2 + a^2 - 5x^2a + 3a^2x =$$

ضرب عبارت های جبری

نکته اگر بخواهیم یک جمله جبری را در یک جمله جبری دیگر ضرب کنیم ضریب آنها را در هم ضرب می کنیم و متغیرها (قسمت حروف) آنها را نیز در هم ضرب می کنیم .

مثال : $3a \times 4b^2 = 12ab^2$ ، $-5b \times 3b^2 = -15b^3$ ، $-4a \times -a = 4a^2$

سوال

۱- حاصل ضرب های زیر را بدست آورید و سپس در صورت امکان حاصل را ساده کنید .

$$3 \times 4 = \qquad (2x + 3y) \times (2x - 3y) =$$

$$3 \times 4a = \qquad (3x + y)^2 =$$

$$3 \times (4a + 2b) = \qquad (a^2 - 3b^2)^2 =$$

$$3x \times (2x - 3y) = \qquad (2x^2 + 3y) \times (4x - 3y^2) =$$

۲- تساوی های زیر را کامل کنید .

$$+(2a - b) = \qquad +\frac{2a-3b}{5} = \qquad -3^2 =$$

$$-(2a - b) = \qquad -\frac{2a-3b}{5} = \qquad (-3)^2 =$$

اکبرپایان

مقدار عددی یک عبارت جبری

نکته در یک عبارت جبری اگر بجای متغیرهای آن عدد های معینی (عددهای داده شده صورت مسئله) قرار دهیم مقدار عددی آن عبارت دست می آید

(برای محاسبه حاصل عبارت ترتیب انجام عملیات ریاضی در محاسبه را باید رعایت کنیم .)

سوال

۱- با توجه به جدول های زیر و رابطه y و x جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید .

x	y
۲	-۵

$$y = 3x + 1$$

x	y
-۳	-۷

$$y = -2x + 3$$

۲- مقدار عددی عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید .

$$3a - 4ab =$$

$$a = 2, b = -3$$

$$-2x^2y + 3y =$$

$$x = -2, y = -3$$

۳- یک زمین مستطیل شکل دارای x متر عرض و $3x$ متر طول است.

الف) مساحت و محیط این زمین را به صورت عبارت جبری نشان دهید

ب) اگر عرض این زمین ۳ متر باشد مساحت و محیط آن را حساب کنید.

اکبرپایان

تجزیه (فاکتورگیری)

در تجزیه (فاکتورگیری) عبارت های جبری به این طریق عمل می کنیم :

۱- ابتدا عامل های مشترک با تکرار کمتر را در جمله های جبری (ب.م.م جمله های جبری) را مشخص می کنیم .

۲- همه جمله های عبارت جبری را بصورت جداگانه بر عامل های مشترک با تکرار کمتر تقسیم می کنیم .

سوال

۱- عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید .

$$ab + ac =$$

$$x^2y + x^3 =$$

$$12ab + 18b =$$

$$8x^3 + 10xy^2 =$$

$$6x^3y - 2xy^2 =$$

$$x^5y^2 + x^2y^4 =$$

۲- حاصل عبارت های زیر را ساده کنید .

$$\frac{6x^2 - 15xy}{14x^2y - 35xy^2} =$$

$$x, y \neq 0, 2x \neq 5y$$

$$\frac{a^2 - a}{ab - b} =$$

$$a \neq 1, b \neq 0$$

$$\frac{x^8 - x^5}{x^7 - x^4} =$$

$$x \neq 0, 1$$

$$\frac{7^{16} - 7^{12}}{7^9 - 7^5} =$$

اعداد زوج و فرد

اعداد زوج : از ضرب عدد ۲ در یک عدد صحیح یک عدد زوج بدست می آید.

(اگر n یک عدد صحیح باشد ، $2n$ یک عدد زوج است)

اعداد فرد : اگر از یک عدد زوج یک واحد کم کنیم (یا یک واحد به آن اضافه کنیم) ، عدد فرد بدست می آید.

(اگر m یک عدد صحیح باشد ، $2m - 1$ یک عدد فرد است .)

سوال

اکبرپایان

۱- نشان دهید که در حالت کلی حاصل جمع دو عدد زوج ، عددی زوج است .

۲- نشان دهید که در حالت کلی حاصل جمع دو عدد فرد ، عددی زوج است .

۳- نشان دهید که در حالت کلی حاصل جمع یک عدد زوج با و یک عدد فرد ، عددی فرد است .

۴- نشان دهید که در حالت کلی حاصل ضرب دو عدد زوج ، عددی زوج است .

۵- نشان دهید که در حالت کلی حاصل ضرب دو عدد فرد ، عددی فرد است .

۶- نشان دهید که در حالت کلی حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد ، عددی زوج است .

بسط اعشاری اعداد

نکته : عدد دو رقمی ab را با نماد \overline{ab} نمایش می دهند و عدد \overline{ba} را مقلوب آن می گویند .

سوال

۱- نشان دهید که در حالت کلی مجموع عدد دو رقمی و مقلوبش مضرب ۱۱ است .

۲- نشان دهید که در حالت کلی تفاضل یک عدد دو رقمی و مقلوبش مضرب ۹ است .

۳- نشان دهید که در حالت کلی تفاضل یک عدد سه رقمی و مقلوبش مضرب ۹۹ است .

روش کلی حل معادله

۱- ابتدا معادله را مرتب می کنیم به طوری که اعداد در یک طرف معادله و مجهول ها در طرف دیگر معادله قرار بگیرند ، سپس حاصل آنها را حساب می کنیم .

هر عدد و یا هر جمله جبری که از یک طرف به طرف دیگر جابجا شود علامت آن تغییر می کند .

۲- برای اینکه ضریب مجهول +۱ شود دو طرف معادله را به ضریب مجهول تقسیم می کنیم .

اکبرپار

سوال

۱- معادله های زیر را حل کنید .

$$-7 + x = 15$$

$$2x = -8$$

$$2x + 8 = -3x - 7$$

$$3x + 3 = -21$$

۲- معادله های زیر را حل کنید .

$$1 - 2x = -3(x + 4) - 2$$

$$-2(3 - x) = 5(x + 2) - 8$$

۳- معادله های زیر را حل کنید .

$$\frac{4}{18}x - \frac{7}{9} = \frac{7}{36}$$

$$-\frac{2}{3}x - \frac{1}{15} = -\frac{3}{10}x$$

$$1 + \frac{5x+1}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{9} - \frac{x+2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{x-2}{5} = \frac{x+2}{4}$$

۴- مجموع دو عدد ۲۸ و اختلاف آنها ۶ است آن دو عدد را بدست آورید (با استفاده از معادله)

۵- پدری ۴۸ سال دارد دو فرزند او ۱۲ و ۱۰ ساله هستند پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می شود ؟

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۵)

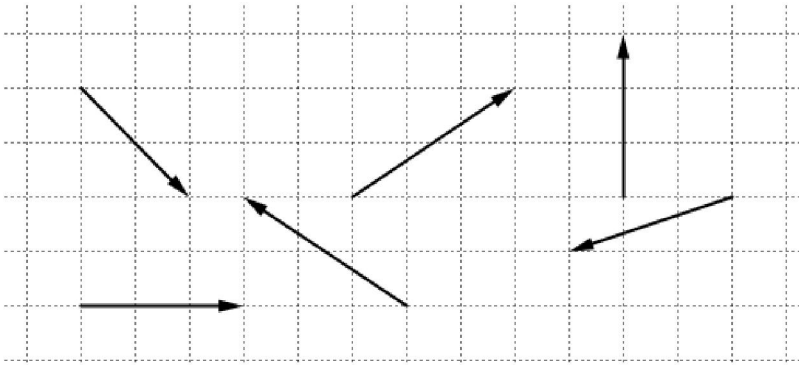
بردار و مقتصات



موشک فاتح ۱۱۰

بردار

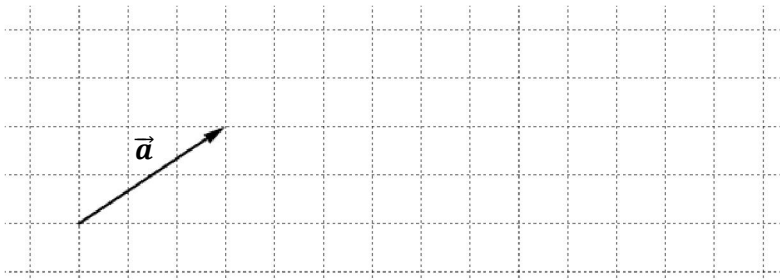
مختصات بردارهای مقابل را بنویسید .



نکته ۱ بردارهای مساوی بردارهایی هستند : که هم راستا (موازی) ، هم اندازه ، هم جهت هستند . (بردارهای مساوی از نظر مختصاتی دارای مختصات برابر هستند.)

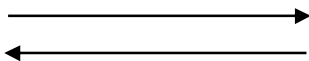
سوال

سه بردار مساوی با بردار \vec{a} رسم کنید و مختصات آنها را بنویسید .



اکبر پان

نکته ۲ بردارهای قرینه بردارهایی هستند که هم راستا (موازی) و هم اندازه هستند اما هم جهت نیستند .



جمع بردارها (برآیند بردارها)

جمع بردارها (برآیند بردارها) را می توان به دو روش رسم کرد :

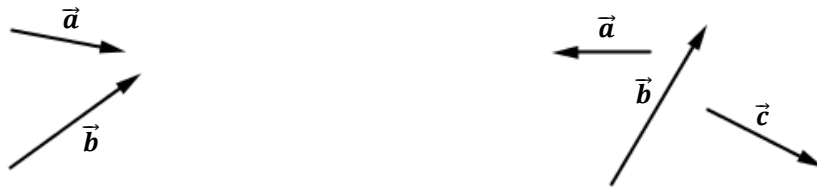
۱- اگر بردارها بصورت متوالی باشند ، حاصل جمع آنها برداری می شود که ابتدای آن ابتدای بردار اول و انتهای آن انتهای بردار آخر می باشد (روش مثلثی)

۲- اگر بردارها بصورت مبدا مشترک باشند، یک متوازی الاضلاع رسم می کنیم طوری که دو بردار داده شده دو ضلع متوازی الاضلاع باشند قطر متوازی الاضلاع (قطری که با بردارها مبدا مشترک دارد) حاصل جمع دو بردار می باشد .
(روش متوازی الاضلاع)

۱- حاصل جمع بردارهای زیر را به روش مثلثی رسم کنید و سپس یک تساوی جمع برداری برای هر کدام از آنها بنویسید.

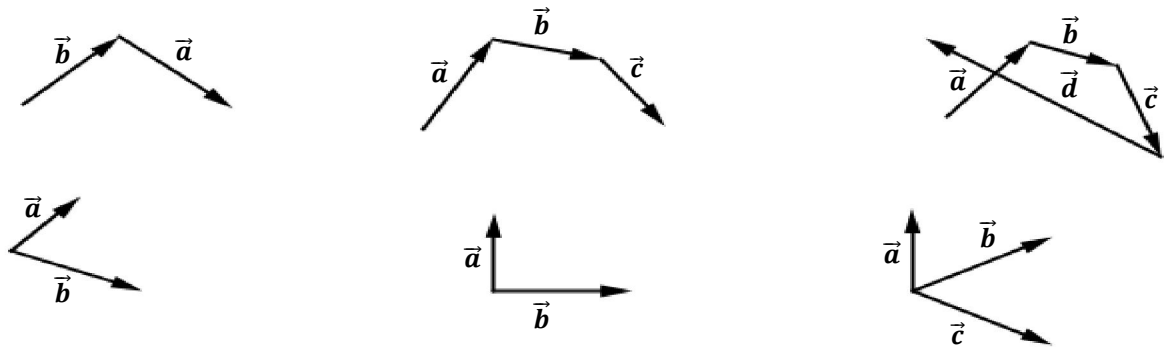


۲- حاصل جمع بردارهای زیر را به روش متوازی الاضلاع رسم کنید و سپس یک تساوی جمع برداری برای آنها بنویسید.

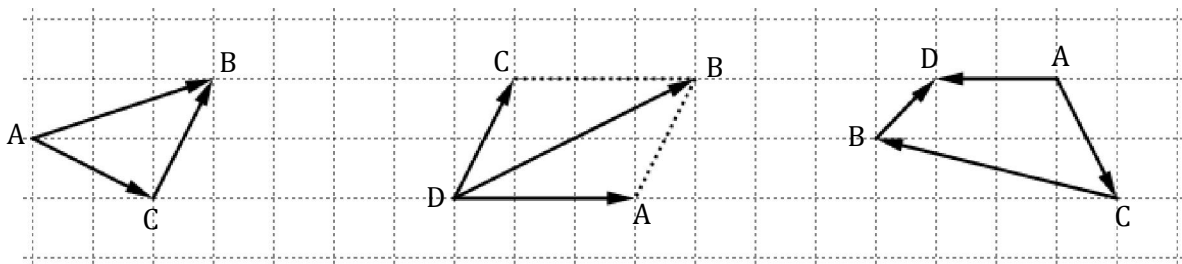


اکبرپایان

۳- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید و سپس یک تساوی جمع برداری برای هر کدام از آنها بنویسید.



۴- ابتدا مشخص کنید کدام بردار حاصل جمع بردارهای دیگر است و سپس برای هر شکل یک تساوی جمع برداری و یک تساوی جمع مختصاتی بنویسید.



تجزیه بردار

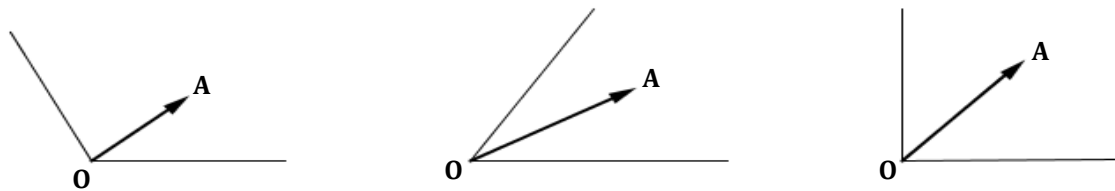
برای تجزیه یک بردار از روش متوازی الاضلاع استفاده می کنیم .

نکته یک بردار را در دو راستای نامعین Ox و Oy به بی شمار صورت می توان تجزیه نمود

(اما یک بردار را در دو راستای معین Ox و Oy فقط به یک صورت می توان تجزیه نمود)

سوال

۱- بردارهای زیر را روی راستاهای رسم شده تجزیه کنید و سپس یک تساوی جمع برداری برای آنها بنویسید.



۲- مختصات دو بردار را که حاصل جمع آنها بردار $\begin{bmatrix} -13 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشد را بنویسید ،

$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 \\ 4 \end{bmatrix}$$

به چند حالت می توان این کار را انجام داد ؟

اکبرپایان

ضرب یک عدد در یک بردار

در ضرب یک عدد در یک بردار آن عدد در طول و عرض بردار ضرب می شود .

$$2 \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} =$$

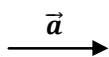
$$-3 \begin{bmatrix} +4 \\ -3 \end{bmatrix} =$$

$$-\begin{bmatrix} +5 \\ -3 \end{bmatrix} =$$

مثال :

سوال

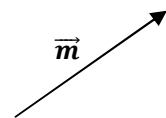
۱- با توجه به بردارهای داده شده بردار مورد نظر را رسم کنید .



$$\vec{c} = 3\vec{a}$$

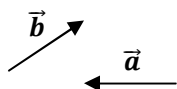


$$\vec{y} = -2\vec{x}$$

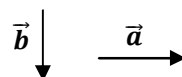


$$\vec{t} = -\frac{5}{2}\vec{m}$$

۲- با توجه به بردارهای \vec{a} و \vec{b} بردار \vec{c} را رسم کنید .

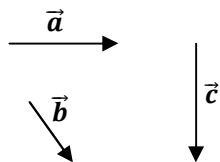


$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$



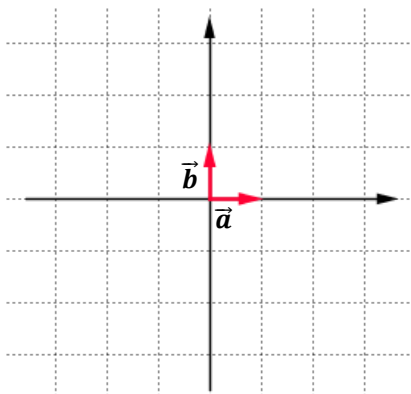
$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$$

۳- با توجه به بردارهای \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} بردار \vec{d} و \vec{e} را رسم کنید.



$$\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} \quad , \quad \vec{e} = -3\vec{a} + 2\vec{b} + 2\vec{c}$$

۴- با توجه به بردارهای \vec{a} و \vec{b} بردارهای \vec{c} و \vec{d} و \vec{e} و \vec{f} را رسم کنید.



$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{e} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$\vec{f} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

اکبرپایان

۵- حاصل عبارت های زیر را حساب کنید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ 8 \end{bmatrix} =$$

$$-4 \begin{bmatrix} -5 \\ +7 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \frac{3}{4} \begin{bmatrix} -16 \\ +8 \end{bmatrix} =$$

۶- مقادیر x و y را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ +8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x-3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -y-1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x-1 \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ -2y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3x \\ -7 \end{bmatrix}$$

۷- معادله های زیر را حل کنید.

$$3\vec{x} = \begin{bmatrix} -9 \\ +8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix} + \vec{x} = \begin{bmatrix} 12 \\ +7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ +7 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} +6 \\ -8 \end{bmatrix}$$

۸- با توجه به بردارهای \vec{a} و \vec{b} مختصات بردارهای \vec{c} و \vec{d} و \vec{e} را بدست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

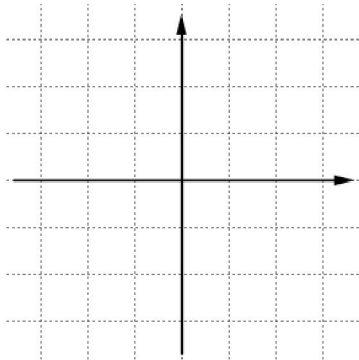
$$\vec{d} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$\vec{e} = 3\vec{a} - \vec{b}$$

بردارهای واحد مختصات

بردارهای واحد مختصات عبارتند از : ۱- بردار واحد طول $\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ۲- بردار واحد عرض $\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 در صفحه مختصات هر بردار را می توان به دو صورت نشان داد : ۱- بر حسب \vec{i} و \vec{j} ۲- بصورت مختصاتی

سوال



۱- بردارهای زیر را روی محورهای مختصات رسم کنید ،
 سپس هر بردار را بر حسب \vec{i} و \vec{j} بنویسید .

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} , \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} , \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

اکبرپایان

۲- بردارهای زیر را بر حسب \vec{i} و \vec{j} بنویسید .

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} +5 \\ 3 \end{bmatrix} , \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ +4 \end{bmatrix} , \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} , \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

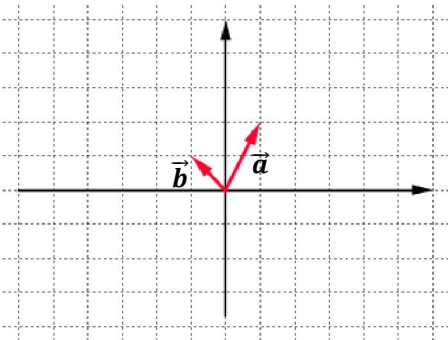
۳- مختصات بردارهای زیر را بنویسید .

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} , \quad \vec{b} = -2\vec{i} - 3\vec{j} , \quad \vec{c} = \vec{j} , \quad \vec{d} = -\vec{i} + \vec{j}$$

۴- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ و $\vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j}$ باشد ، مختصات بردارهای \vec{x} و \vec{y} و \vec{z} را بدست آورید .

$$\vec{x} = 5\vec{a} + 3\vec{b} , \quad \vec{y} = -2\vec{a} - 3\vec{b} , \quad \vec{z} = 3\vec{a} - \vec{b}$$

۵- با توجه به شکل مقابل :



الف) بردار $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ را رسم کنید .

ب) مختصات بردار \vec{c} را بدست آورید .

۶- معادله های زیر را حل کنید .

$$2\vec{i} + \vec{j} + \vec{x} = \begin{bmatrix} -9 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix} = 2\vec{x} - 5\vec{j}$$

$$7\vec{i} = \begin{bmatrix} 14 \\ -21 \end{bmatrix} - 7\vec{x}$$

۷- اگر $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشد ، مختصات بردار \vec{x} را حساب کنید .

$$2\vec{a} + 3\vec{x} = 4\vec{b}$$

$$-2\vec{x} + \vec{i} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$

اکبریان

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۶)

مثلث

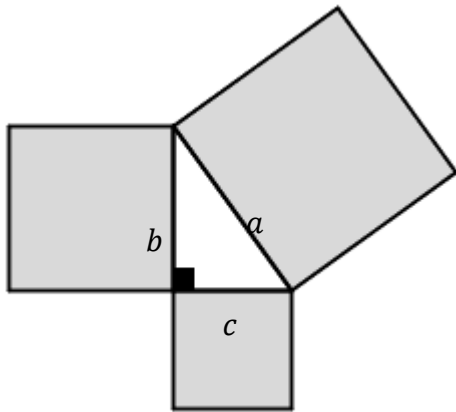
قُلْ سِيرُوا فِي الْأَرْضِ فَانظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ... (سوره عنكبوت آیه ۲۰)



رابطه فیثاغورس

نکته ۱ در هر مثلث قائم الزاویه مربع (مجذور) وتر با مجموع

مربعات (مجذورات) دو ضلع دیگر برابر است .



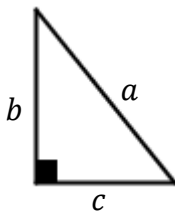
و یا به زبان ریاضی : $a^2 = b^2 + c^2$

نکته ۲ در مثلث قائم الزاویه مقابل داریم :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$



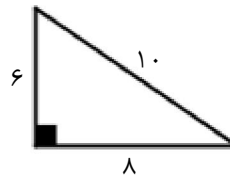
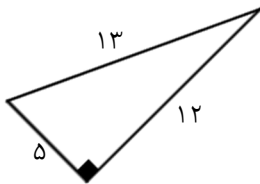
اکبرپایان

نکته ۳ اگر در مثلثی مربع (مجذور) یک ضلع با مجموع مربعات (مجذورات) دو ضلع دیگر برابر باشد آن مثلث

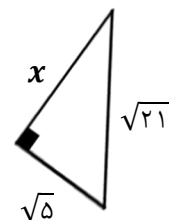
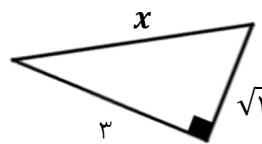
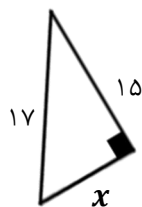
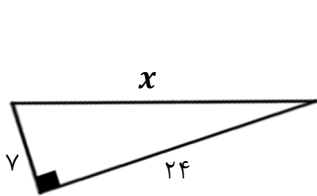
قائم الزاویه است .

سوال

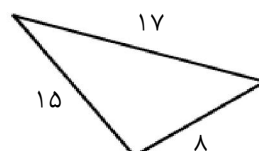
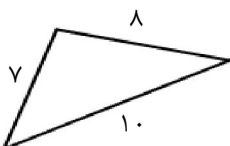
۱- درستی رابطه فیثاغورس را در یک از مثلث های قائم الزاویه زیر بررسی کنید .



۲- در هر یک از شکل های زیر اندازه ضلع مجهول را حساب کنید .



۳- کدام یک از مثلث های زیر قائم الزاویه است ؟



شکل های هم نهشت

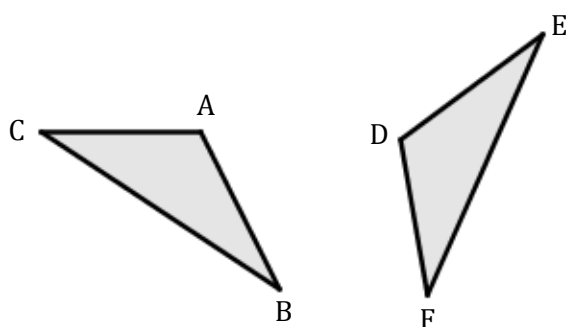
نکته ۱ اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (انتقال، تقارن، دوران) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌گوییم دو شکل هم نهشت هستند.

نکته ۲ اگر دو شکل هم نهشت باشند اجزای متناظر آنها با یکدیگر مساوی هستند، یعنی زاویه های نظیر با هم و ضلع های نظیر با مساوی هستند.

سوال

۱- دو شکل مقابل هم نهشت هستند :

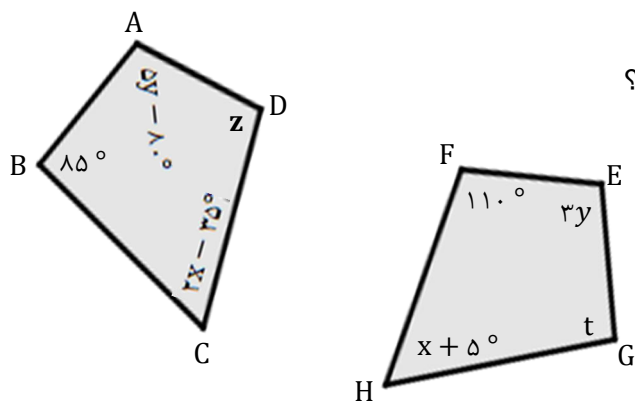
با کدام تبدیل یا تبدیل های هندسی دو شکل بر هم منطبق می شوند ؟
تساوی ضلع ها و زاویه های نظیر را بنویسید .



اکبر پان

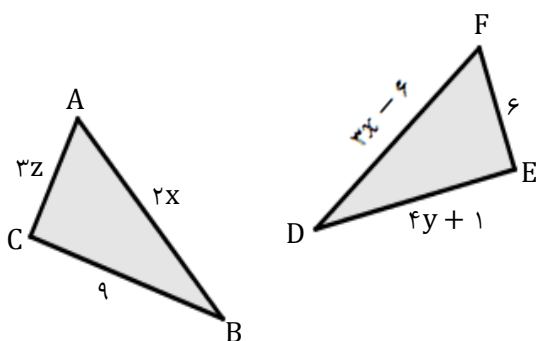
۲- دو شکل مقابل هم نهشت هستند :

با کدام تبدیل یا تبدیل های هندسی دو شکل بر هم منطبق می شوند ؟
اندازه زاویه های مجهول را حساب کنید .

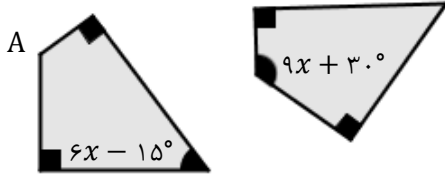


۳- دو شکل مقابل هم نهشت هستند :

با کدام تبدیل یا تبدیل های هندسی دو شکل بر هم منطبق می شوند ؟
ابتدا مقادیر x و y و z را حساب کنید و سپس
اندازه ضلع های مجهول را بنویسید .



۴- دو شکل مقابل هم نهشت هستند :



با کدام تبدیل یا تبدیلی های هندسی دو شکل بر هم منطبق می شوند ؟
اندازه زاویه A را حساب کنید .

مثلث های هم نهشت

نکته ۱ دو مثلث در سه حالت می توانند هم نهشت باشند :

- ۱- اگر سه ضلع از مثلثی ، با سه ضلع از مثلث دیگر برابر باشند ، دو مثلث هم نهشت هستند . (ض ض ض)
- ۲- اگر دو ضلع و زاویه بین از مثلثی ، با دو ضلع و زاویه بین از مثلث دیگر برابر باشند ، دو مثلث هم نهشت هستند .
(ض ز ض)
- ۳- اگر دو زاویه و ضلع بین از مثلثی ، با دو زاویه و ضلع بین از مثلث دیگر برابر باشند ، دو مثلث هم نهشت هستند .
(ز ض ز)

نکته ۲ اگر دو مثلث بنا بر یکی از حالت های فوق هم نهشت باشند سایر اجزای متناظر آنها نیز برابر هستند .

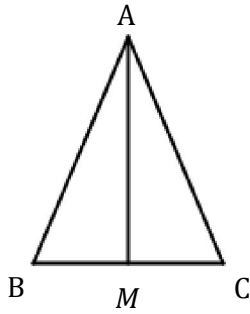
نکته ۳ به جز سه حالت فوق در حالت های دیگر مانند : ز ز ز ، ض ز ز ، ز ض ض ، ... دو مثلث ممکن است هم نهشت نباشند .

چند نکته

- ۱- در هر مثلث میانه وارد بر ضلع ، آن ضلع را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند .
- ۲- در هر مثلث ارتفاع وارد بر ضلع ، بر آن ضلع عمود است .
- ۳- الف) نیمساز زاویه ، زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند .
ب) هر نقطه ای که روی نیمساز زاویه قرار داشته باشد ، فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر است .
- ۴- الف) عمود منصف پاره خط ، پاره خط را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند و بر آن نیز عمود است .
ب) هر نقطه ای که روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد ، فاصله آن از دو سر پاره خط برابر است .
- ۵- الف) در هر مثلث متساوی الساقین دو ساق آن برابر هستند .
ب) در هر مثلث متساوی الساقین دو زاویه مجاور قاعده برابر هستند .

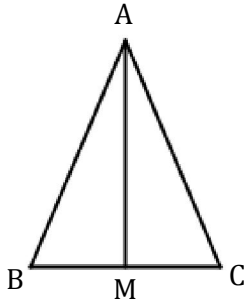
سوال

۱- مثلث ABC متساوی الساقین است و AM میانه ضلع BC است.



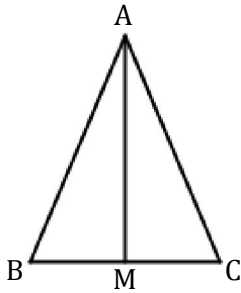
دو مثلث ABM و ACM بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟

۲- مثلث ABC متساوی الساقین است و AM نیساز زاویه A است.



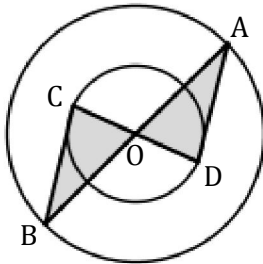
دو مثلث ABM و ACM بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟

۳- مثلث ABC متساوی الساقین است و AM ارتفاع وارد بر ضلع BC است.



دو مثلث ABM و ACM بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟

۴- دو مثلث AOD و BOC بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟

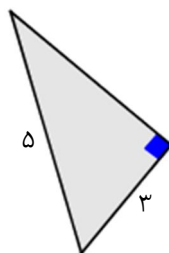
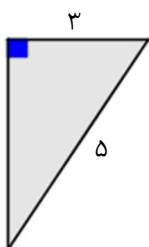


اکبر پان

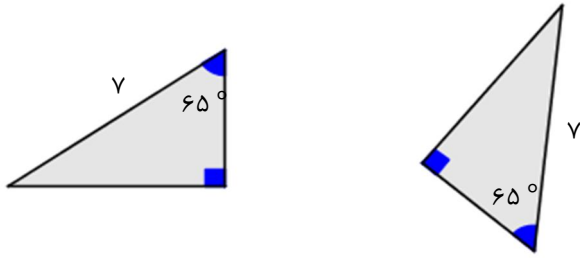
هم نهشتی مثلث های قائم الزاویه

سوال

۱- دو مثلث مقابل بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟



۲- دو مثلث مقابل بنا به چه حالتی هم نهشت هستند؟



نکته

برای نشان دادن هم نهشت بودن دو مثلث قائم الزاویه ابتدا دو حالت زیر را که فقط مختص مثلث های قائم الزاویه می باشند را بررسی می کنیم:

- ۱- اگر وتر و یک ضلع از یک مثلث قائم الزاویه با وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه دیگر برابر باشند دو مثلث قائم الزاویه هم نهشت هستند. (و ض)
- ۲- اگر وتر و یک زاویه تند از یک مثلث قائم الزاویه با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم الزاویه دیگر برابر باشند دو مثلث قائم الزاویه هم نهشت هستند. (و ز)

اگر هیچ کدام از دو حالت فوق بر قرار نبود حالت های کلی هم نهشتی مثلث ها را بررسی می کنیم :

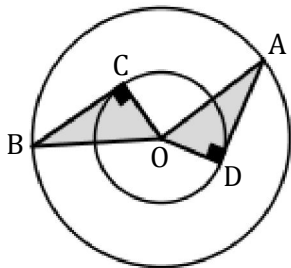
۳- ز ض ز

۲- ض ض ض

۱- ض ض ض

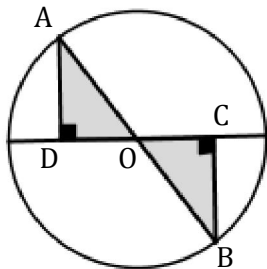
سوال

۱- با توجه به شکل مقابل :



دو مثلث قائم الزاویه AOD و BOC بنا به چه حالتی هم نهشت هستند ؟

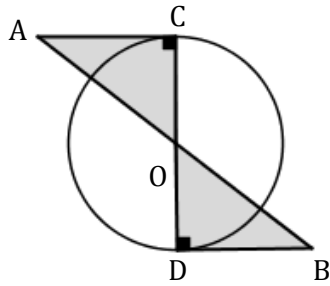
۲- با توجه به شکل مقابل :



دو مثلث قائم الزاویه AOD و BOC بنا به چه حالتی هم نهشت هستند ؟

اکبرپار

۳- با توجه به شکل مقابل :



دو مثلث قائم الزاویه AOC و BOD بنا به چه حالتی هم نهشت هستند ؟

۴- ثابت کنید: هر نقطه ای که روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد ، فاصله آن از دو سر پاره خط برابر است .

۵- ثابت کنید: هر نقطه ای که روی نیمساز زاویه قرار داشته باشد ، فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر است .

۶- در شکل مقابل :

مثلث ABC متساوی الساقین است و AM نیمساز زاویه A ، میانه وارد بر ضلع BC ، ارتفاع وارد بر ضلع BC است .

دو مثلث ACM و ABM در چند حالت می توانند هم نهشت باشند ؟

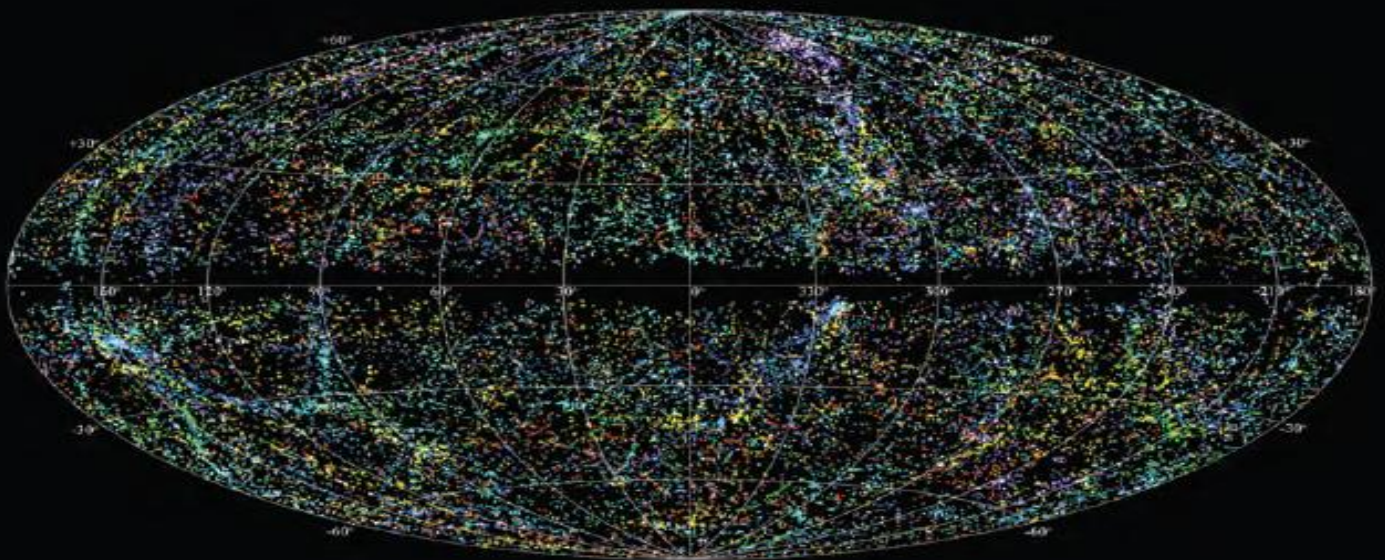


اکبر پان

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۷)

توران و جذر



توان

نکته

۱- حاصل هر عدد (غیر صفر) به توان صفر برابر با ۱ می شود .

۲- اگر عددی منفی به توان عددی زوج برسد علامت حاصل مثبت می شود .

اگر عددی منفی به توان عددی فرد برسد علامت حاصل منفی می شود .

مثال : $(-7)^{11} = -7^{11}$ ، $(-6)^8 = 6^8$

۳- اعداد منفی ، اعداد کسری ، اعداد توان دار اگر به توان عددی برسند باید داخل پرانتز نوشته شوند .

مثال : $(-7)^5$ ، $(\frac{2}{3})^4$ ، $(2^3)^5$

۴- اگر یک عدد توان دار به توان عدد دیگری برسد برای اینکه حاصل به صورت یک عدد توان دار نوشته شود پایه را

می نویسیم و توان ها را در هم ضرب می کنیم . مثال : $(3^5)^2 = 3^{10}$

سوال

اکبرپان

۱- حاصل عبارت های زیر را حساب کنید .

$$-5^3 = \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \quad \frac{2^3}{5} = \quad (-5)^3 =$$

$$(-2)^4 = \quad -2^4 = \quad -3^0 = \quad (-3)^0 =$$

۲- حاصل عبارت های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید .

$$(3^2)^4 = \quad ((-2^4)^3)^5 = \quad (-3^3)^2 =$$

$$\left(\frac{2^3}{3^7}\right)^4 = \quad (x^3 y^2)^4 = \quad 3^{2^3} =$$

ضرب اعداد توان دار با پایه یا توان مساوی

در ضرب اعداد توان دار :

۱- اگر پایه ها برابر باشند ، یکی از پایه ها را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم . مثال : $5^7 \times 5^4 = 5^9$

۲- اگر توان ها برابر باشند یکی از توان ها را می نویسیم و پایه ها را در هم ضرب می کنیم . مثال : $12^3 \times 2^3 = 24^3$

تقسیم اعداد توان دار با پایه یا مساوی

در تقسیم اعداد تواندار :

۱- اگر پایه ها برابر باشند، یکی از پایه ها را می نویسیم و توان ها را از هم کم می کنیم . مثال : $3^7 \times 3^4 = 3^3$

۲- اگر توان ها برابر باشند، یکی از توان ها را می نویسیم و پایه ها را به هم تقسیم می کنیم .

(پایه اولی را به پایه دومی تقسیم می کنیم) مثال : $12^5 \div 7^5 = \left(\frac{12}{7}\right)^5$ ، $12^7 \div 3^7 = 4^7$

سوال

اکبرپار

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید .

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \times 5^3 = \quad (-18)^3 \div 6^3 = \quad 27 \times 3^4 =$$

$$3^8 \text{ عدد } \frac{1}{27} = \quad 16 \text{ برابر } 2^5 = \quad \left(\frac{1}{5}\right)^7 \times 5^{11} =$$

$$(-2)^{12} \div 2^7 = \quad 4^6 \div \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \quad 8a \times (2a)^3 =$$

$$(xy)^2 \times (xy^2)^3 = \quad 3^5 + 3^5 + 3^5 = \quad 2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{11} \div \frac{1}{4^3} = \quad \frac{3^{11} \times 8^{11}}{4^3 \times 6^3} = \quad \frac{6^{14} \div 6}{2^5 \times 3^5} =$$

$$\frac{(a^2 b^3)^8}{b^{12} \times a^{21}} = \quad 4^5 \times 12^9 \times 3^5 = \quad 2^7 \times 3^{11} \times 6^7 \times 4^{11} =$$

$$\frac{(-6^3)^2}{(-2)^2 \times 3^2} =$$

۲- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید و دلیل آنرا بنویسید .

$$(-2^3)^6 = +2^{18} \quad \left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^4 = \frac{1^{12}}{3^{12}} \quad \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = -\frac{25}{4}$$

$$(-2)^4 \times 2 = 2^5 \quad -(-2)^4 = 2^4 \quad \left(\frac{2}{5}\right)^0 = -\frac{1}{2}$$

$$3^{2^2} = 3^8$$

۳- جاهای خالی را با اعداد مناسب کامل کنید .

$$3^{\square} \times 5^f = 5^f$$

$$(7 \times 3)^5 = 7^5 \times \square^5$$

$$9^6 = 3^{\square}$$

$$(-3)^{\square} < 5.$$

$$(2^3)^{\square} = 2^{15}$$

$$3^{\square} = 81^5$$

۴- اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را طوری در جاهای خالی قرار دهید تا یک تساوی بدست آید .

$$\square \times \square = (\square)^2 - (\square)^{\square}$$

۵- مقدار عددی عبارت های زیر را به ازای $a = 3$ و $b = 2$ و $c = -4$ بدست آورید .

$$c^a - b(c \times a^b) =$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^b + 3ac - \frac{c^2}{b} =$$

الکبریا

جذر تقریبی

نکته

اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۰۰ که جذر دقیق (کامل) دارند عبارتند از :

۱ ، ۴ ، ۹ ، ۱۶ ، ۲۵ ، ۳۶ ، ۴۹ ، ۶۴ ، ۸۱ ، ۱۰۰ ، ۱۲۱ ، ۱۴۴ ، ۱۶۹ ، ۱۹۶

مثال ۱: جذر تقریبی عدد ۴۰ را تا یک رقم اعشار حساب کنید .

چون عدد ۴۰ بین ۳۶ و ۴۹ دو عدد متوالی که جذر کامل دارند، قرار دارد. بنابراین جذر آن بین ۶ و ۷ می باشد، یعنی: $\sqrt{40} = 6/...$ با توجه به اینکه وسط ۶ و ۷ عدد $6/5$ می باشد، و $6/5^2 = 36/25 = 42/25$ بنا بر این جذر ۴۰ کوچکتر از $6/5$ می باشد. با استفاده از جدول زیر جذر را تا یک رقم اعشار حساب می کنیم .

عدد	۶	۶/۱	۶/۲	۶/۳	۶/۴
مجذور	۳۶	۳۷/۲۱	۳۸/۴۴	۳۹/۶۹	۴۰/۹۶

مثال ۲: جذر تقریبی عدد ۱۶۰ را تا یک رقم اعشار حساب کنید .

چون عدد ۱۶۰ بین ۱۴۴ و ۱۶۹ دو عدد متوالی که جذر کامل دارند، قرار دارد. بنابراین جذر آن بین ۱۲ و ۱۳ می باشد، یعنی: $\sqrt{160} = 12/...$ با توجه به اینکه وسط ۱۲ و ۱۳ عدد $12/5$ می باشد، و $12/5^2 = 144/25 = 156/25$ بنا بر این جذر ۱۶۰ بزرگتر از $12/5$ می باشد. با استفاده از جدول زیر جذر را تا یک رقم اعشار حساب می کنیم .

عدد	۱۲/۶	۱۲/۷	۱۲/۸	۱۲/۹	۱۳
مجذور	۱۵۸/۷۶	۱۶۱/۲۹	۱۶۳/۸۴	۱۶۶/۴۱	۱۶۹

$$\sqrt{160} = 12/7$$

۱- جذر تقریبی اعداد زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید .

$$\sqrt{21} \approx$$

$$\sqrt{58/5} \approx$$

$$\sqrt{180} \approx$$

$$\sqrt{320} \approx$$

۲- جذر تقریبی عدد ۷۰ را تا دو رقم اعشار حساب کنید.

اکبریا

۳- مشخص کنید هر یک از اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارند ؟ و به کدام عدد نزدیکتر هستند؟

$$\sqrt{3}$$

$$\sqrt{20/5}$$

$$\sqrt{80}$$

$$-\sqrt{12}$$

$$-\sqrt{38/65}$$

$$-\sqrt{200}$$

۴- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید .

$$\sqrt{12} \bigcirc 3/5$$

$$\sqrt{79} \bigcirc 8/1$$

$$\sqrt{20} \bigcirc \sqrt{18} + 1$$

$$\sqrt{37} - 2 \bigcirc \sqrt{8} + 3$$

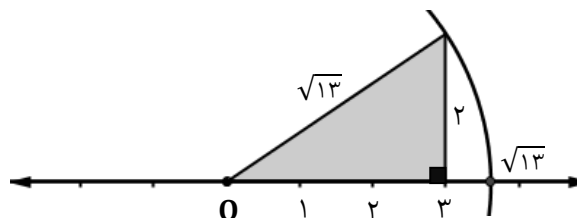
نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

نکته

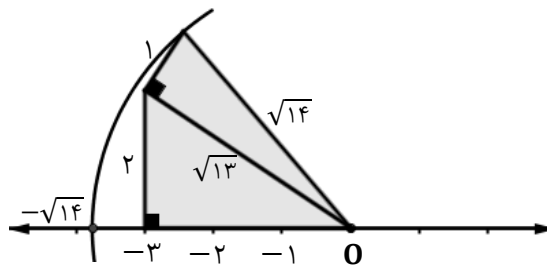
برای رسم پاره خطی به طول \sqrt{n} (اگر n عدد طبیعی باشد) ابتدا n را به صورت جمع دو یا چند عدد که مجذور کامل باشند می نویسیم و سپس با رسم مثلث های قائم الزاویه متوالی (مانند دو مثال زیر) پاره خطی به طول \sqrt{n} را می توانیم رسم می کنیم .

مثال ۱: اعداد $\sqrt{13}$ و $-\sqrt{14}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

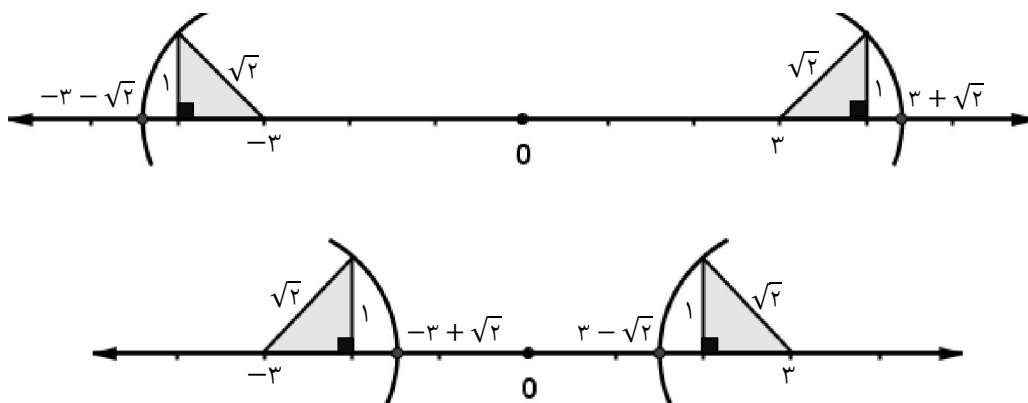
با توجه به این که $\sqrt{13} = \sqrt{9+4}$ بنا براین یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۲ واحد از مبدأ (نقطه صفر) و در جهت مثبت محور رسم می کنیم . قطر مثلث عدد $\sqrt{13}$ را نشان می دهد ، سپس با استفاده از پرگار مانند شکل عدد را روی محور نشان می دهیم



با توجه به این که $-\sqrt{14} = -\sqrt{9+4+1}$ بنا براین ابتدا یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۲ واحد از مبدأ (نقطه صفر) و در جهت منفی محور رسم می کنیم. قطر مثلث عدد $\sqrt{13}$ را نشان می دهد و مثلث دومی را مانند شکل به اضلاع قائم $\sqrt{13}$ و ۱ واحد رسم می کنیم، قطر مثلث دوم عدد $-\sqrt{14}$ را نشان می دهد سپس با استفاده از پرگار مانند شکل عدد را روی محور نشان می دهیم.



مثال ۲: اعداد $3 + \sqrt{2}$ و $3 - \sqrt{2}$ و $-\sqrt{2} + 3$ و $\sqrt{2} - 3$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



سوال

الکبریا

۱- اعداد زیر را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20}$$

$$-\sqrt{30}$$

$$-\sqrt{27}$$

۲- اعداد زیر را روی محور اعداد نمایش دهید.

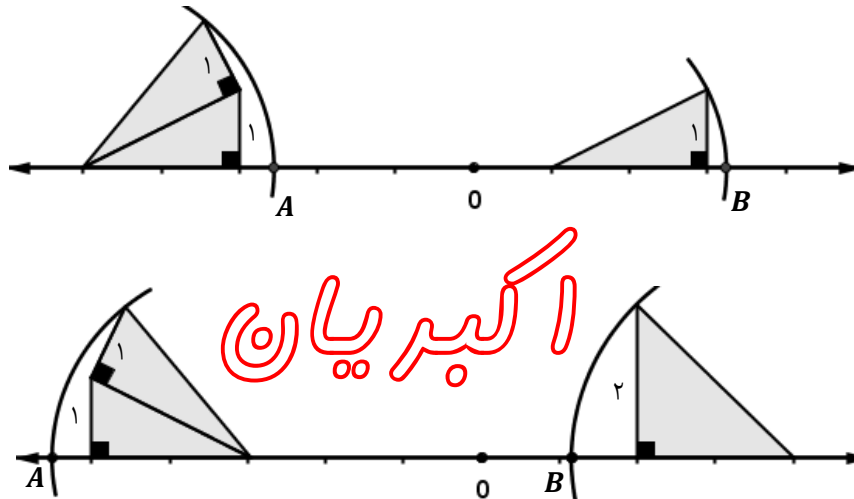
$$2 + \sqrt{2}$$

$$-3 + \sqrt{5}$$

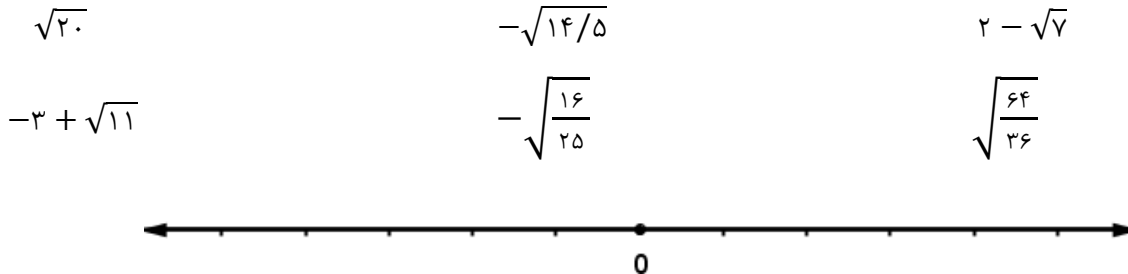
$$3 - \sqrt{17}$$

$$\sqrt{13} - 4$$

۳- در هر یک از شکل های زیر نقاط A و B چه عددی را نمایش می دهند.



۴- عددهای زیر را به صورت تقریبی روی محور اعداد زیر نشان کنید .



۵- الف) بین $\sqrt{38}$ و $\sqrt{12}$ چند عدد طبیعی وجود دارد ؟

ب) الف) بین $\sqrt{38}$ و $\sqrt{12}$ چند عدد وجود دارد ؟

خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

نکته ۱ :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = 10 \\ \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4} \times \sqrt{25}$$

مثال :

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نکته ۲ :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{7}{10} \\ \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{7}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}}$$

مثال :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

نکته ۳ :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{4+25} \neq \sqrt{4} + \sqrt{25}$$

مثال :

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

نکته ۴ :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{36-25} = \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{36} - \sqrt{25} = 6 - 5 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{36-25} \neq \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

مثال :

سوال

۱- حاصل عبارت های زیر را حساب کنید .

$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} =$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{24} =$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{10} \times \sqrt{2} =$$

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{18}} =$$

$$\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{200}} =$$

۲- اعداد رادیکالی زیر را ساده کنید.

$$\sqrt{32} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$\sqrt{99} =$$

$$\sqrt{48} =$$

$$\sqrt{75} =$$

$$\sqrt{72} =$$

اکبریان

نکات و نمونه سوالات

(فصل ۸)

آمار و احتمال



<http://khanehriazi۷.blogfa.com/>

اگبرپان

- ۱- آمار : علم جمع آوری ، سازماندهی و تجزیه و تحلیل و تفسیر اطلاعات عددی (داده ها) می باشد .
- ۲- اگر داده های جمع آوری شده زیاد و پراکنده باشند بررسی آنها طولانی می شود برای اینکه بتوانیم آسان تر نتیجه بگیریم داده ها را متناسب با موضوع آماری دسته بندی می کنیم .
- ۳- اختلاف بین بیشترین و کمترین داده ها را دامنه تغییرات می گویند .
- ۴- تعداد داده های هر دسته را فراوانی آن دسته می گویند، که با توجه به حدود دسته ها با استفاده از ج.ب خط آنها را مشخص می کنند .
- ۵- حدود دسته ها ، از تقسیم عدد دامنه تغییرات بر تعداد دسته ها بدست می آید .

اکبرپان

۱- نمرات درس ریاضی دانش آموزان یک کلاس به صورت زیر است.

۱۲/۵	۲۰	۱۴/۵	۱۵	۱۹	۸/۵	۱۶	۱۳/۵	۱۴	۵
۱۲	۱۹/۵	۱۴/۵	۱۸/۵	۱۶	۷	۱۷/۵	۱۶/۵	۱۵/۵	۱۳

الف) دامنه تغییرات داده ها را مشخص کنید .

ب) با توجه به دامنه تغییرات داده ها را به ۵ دسته مساوی تقسیم کنید .

ج) جدول داده ها را رسم کنید .

د) نمودار ستونی جدول داده ها را رسم کنید .

ه) با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید .

۲- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

۶	۷	۸	۷	۶	۳	۱	۲	-۴	-۸
-۵	-۳	۰	۱	۴	۵	۰	-۲	-۱	-۲
۲	۶	-۵	۶	-۱					

الف) دامنه تغییرات داده ها را مشخص کنید .

ب) با توجه به دامنه تغییرات داده ها را به ۴ دسته مساوی تقسیم کنید .

ج) جدول داده ها را رسم کنید .

اکبرپایان

د) نمودار ستونی جدول داده ها را رسم کنید .

ه) با توجه به نمودار وضعیت دمای این شهر را توصیف کنید .

میانگین داده ها

$$\text{میانگین داده ها} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}}$$

$$\bar{X} = \frac{S}{n}$$

نکته ۱

سوال

۱- میانگین اعداد مقابل را حساب کنید. ۱۵ ۱۹ ۱۶/۵ ۱۷/۵

۲- میانگین نمرات ۵ درس یک دانش آموز ۱۸ می باشد ، مجموع نمرات این دانش آموز را حساب کنید .

۳- اگر میانگین نمرات دانش آموزی در تعدادی از دروس ۱۵/۵ و مجموع نمرات او ۱۲۴ باشد تعداد درس های او را حساب کنید .

۴- معدل نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس ۲۸ نفره $16/75$ شده است ، اگر یکی از دانش آموزان را که در این درس ۱۲ گرفته است ، کنار بگذاریم . معدل بقیه دانش آموزان چند می شود ؟

۵- معدل نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس ۲۲ نفره $18/5$ شده است اگر دو نفر از دانش آموزان را که نمراتشان در این درس ۸ و ۹ شده است ، کنار بگذاریم . میانگین نمرات بقیه دانش آموزان چند می شود ؟

۶- معدل نمره ۳ درس دانش آموزی ۱۷ شده است و معدل ۵ درس دیگر او ۱۵ شده است معدل ۸ درس این دانش آموز را حساب کنید .

نکته ۲ اگر تعداد داده ها زیاد باشد و داده ها دسته بندی شده باشند ، میانگین داده ها را از روش زیر محاسبه می کنیم .

$$\text{مجموع (فراوانی} \times \text{مرکز دسته)} = \frac{\text{میانگین داده ها}}{\text{مجموع فراوانی ها}}$$

سوال

اکبرپایان

۱- جدول زیر را کامل کنید و میانگین را حساب کنید .

دسته ها	چوب خط	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته \times فراوانی
$0 \leq x < 10$				۴۰
$10 \leq x \leq 20$		۱۲		
مجموع	—		—	

۲- جدول زیر را کامل کنید و میانگین را حساب کنید .

دسته ها	چوب خط	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته \times فراوانی
		۳		
$8 \leq x \leq 12$	###			
				۱۹۶
	### /			
مجموع	—		—	

نکته ۳

الف) اگر به همه داده ها عددی اضافه و یا کم شود، همان عدد به میانگین داده ها اضافه و یا کم می شود .
 ب) اگر همه داده ها در عددی ضرب و یا به عددی تقسیم شوند ، میانگین داده ها در همان عدد ضرب و یا تقسیم می شود .

سوال

با توجه به اعداد مقابل ، پاسخ سوالات زیر را بنویسید .
 ۱۰ ۱۲ ۱۴ ۲۰

الف) میانگین اعداد را حساب کنید .

ب) این اعداد را ابتدا ۲ برابر کنید و سپس ۳ واحد به آن ها اضافه کنید، آنگاه میانگین آنها را حساب کنید .

ج) از این اعداد ابتدا ۴ واحد کم کنید و سپس آنها را بر ۲ تقسیم کنید ، آنگاه میانگین آنها را حساب کنید .

اکبرپایان

احتمال (شانس)

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد (اتفاق)} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}}$$

نکته ۱

مثال ۱: یک سکه را پرتاب می کنیم ، احتمال این که پشت بیاید چقدر است ؟

تعداد همه حالت های ممکن ۲ حالت (پشت ، رو) می باشد و تعداد حالت های مطلوب یک حالت (پشت) می باشد، بنابراین احتمال پشت آمدن برابر $\frac{1}{2}$ می باشد

مثال ۲: یک تاس را پرتاب می کنیم احتمال این که زوج بیاید چقدر است ؟

تعداد همه حالت های ممکن ۶ حالت (۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶) می باشد و تعداد حالت های مطلوب ۳ حالت (۲ ، ۴ ، ۶) می باشد، بنابراین احتمال زوج آمدن تاس برابر $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ می باشد.

نکته ۲

الف) اگر پیشامدی حتماً رخ دهد ، احتمال آن مساوی یک است .

مثال: احتمال آمدن عدد طبیعی کوچکتر از ۷ در پرتاب یک تاس

ب) اگر پیشامدی به هیچ وجه رخ ندهد ، احتمال آن مساوی صفر است .

مثال: احتمال آمدن عدد هفت در پرتاب یک تاس

ج) احتمال رخ دادن هر پیشامد: یک، صفر یا عددی بین صفر و یک می باشد.

د) مجموع احتمال های ممکن برای یک پیشامد همیشه مساوی یک می باشد.

مثال: در پرتاب یک سکه احتمال این که پشت بیاید $\frac{1}{2}$ و احتمال این که رو بیاید $\frac{1}{2}$ می باشد بنابراین مجموع احتمال های ممکن در پرتاب سکه برابر $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ می باشد.

ه) احتمال رخ دادن آن پیشامد - ۱ = احتمال رخ ندادن یک پیشامد

مثال: در پرتاب یک تاس احتمال نیامدن عدد ۶ چقدر است؟

$$\text{احتمال نیامدن عدد ۶} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}, \quad \text{احتمال آمدن عدد ۶} = \frac{1}{6}$$

سوال

۱- یک تاس را پرتاب می کنیم، هر یک از احتمال های زیر را حساب کنید.

- الف) ۴ بیاید. ب) عدد اول بیاید.
ج) ۲ و ۵ نیاید. د) عدد کوچکتر از ۳ نیاید.

۲- در کیسه ای ۳ مهره آبی، ۲ مهره قرمز و ۴ مهره سبز می باشد. یک مهره به تصادف بیرون می آوریم، هر یک از احتمال های زیر را حساب کنید.

- الف) مهره قرمز باشد. ب) مهره قرمز یا سبز باشد.
ج) مهره سبز نباشد. د) مهره سبز یا آبی نباشد.

اکبر پان

۳- درون کیسه ای تعدادی مهره رنگی وجود دارد مهره ای را به تصادف بیرون می آوریم اگر احتمال زرد بودن مهره $\frac{1}{8}$ باشد:

الف) احتمال زرد نبودن مهره چقدر است؟

ب) آیا می توان تعداد مهره های زرد را درون کیسه تعیین کرد؟

ج) در چه صورت می توان تعداد مهره های زرد را تعیین کرد؟

۴- در یک کیسه ۲۴ مهره وجود دارد که $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{4}$ آنها زرد، نصف آنها قرمز و بقیه آبی هستند:

الف) تعداد مهره های زرد، سبز، قرمز و آبی را تعیین کنید.

ب) اگر یک مهره به تصادف بیرون آوریم احتمال آن که مهره آبی یا زرد نباشد، چقدر است؟

بررسی حالت های ممکن

نکته ۱ برای محاسبه هر نوع احتمال در یک پیشامد ، ابتدا باید تعداد کل حالت های ممکن را بدست آوریم ، برای بدست آوردن کل حالت های ممکن می توان از جدول نظام دار یا از نمودار درختی استفاده کرد .

سوال

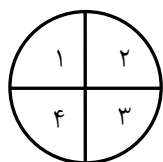
۱- دو سکه را با هم پرتاب می کنیم ، همه حالت های ممکن را بنویسید .

۲- سه سکه را با هم پرتاب می کنیم ، همه حالت های ممکن را بنویسید .

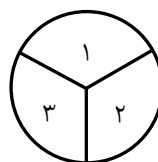
۳- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم ، همه حالت های ممکن را بنویسید .

اکبرپان

۴- عقربه های دو چرخنده زیر را هم زمان می چرخانیم ، همه حالت های ممکن را بنویسید .



چرخنده اول



چرخنده دوم

نکته ۲ برای بدست آوردن تعداد کل حالت های ممکن برای یک پیشامد ترکیبی کافی است ابتدا تعداد حالت های ممکن در هر پیشامد را بدست آورده و سپس در هم ضرب کنیم .

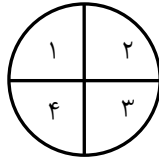
سوال

۱- دو سکه را با هم پرتاب می کنیم ، تعداد همه حالت های ممکن را بنویسید .

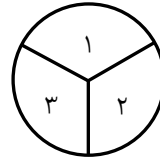
۲- سه سکه را با هم پرتاب می کنیم ، تعداد همه حالت های ممکن را بنویسید .

۳- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم ، تعداد همه حالت های ممکن را بنویسید .

۴- عقربه های دو چرخنده مقابل را هم زمان می چرخانیم ، تعداد همه حالت های ممکن را بنویسید .



چرخنده اول



چرخنده دوم

سوال

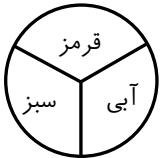
۱- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم :

الف) احتمال این که عددهای ظاهر شده برابر باشند، را بنویسید .

ب) احتمال این که مجموع عددهای ظاهر شده برابر ۶ باشند، را بنویسید .

ج) احتمال این که حاصل ضرب عددهای ظاهر شده برابر ۱۲ باشند، را بنویسید .

۲- عقربه چرخنده مقابل را سه بار می چرخانیم ، احتمال اینکه هر سه بار روی رنگ قرمز باشد، چقدر است؟



۳- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم :

الف) احتمال این که تاس عدد زوج بیاید و سکه رو بیاید ، چقدر است ؟

ب) احتمال این که تاس عدد ۵ بیاید ، چقدر است؟

ج) احتمال این که تاس عدد اول نیاید و سکه پشت بیاید ، چقدر است؟

۴- خانواده ای سه فرزند دارند :

الف) همه حالت های ممکن برای تعیین جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید .

ب) احتمال این که حداقل ۲ فرزند پسر باشند ، چقدر است؟

ج) احتمال این که هر سه فرزند دختر باشند ، چقدر است؟

۶- رمز یک کیف دستی یک عدد سه رقمی می باشد که با ارقام ۰ ، ۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ درست شده است :

الف) اگر رمز این کیف فراموش شود ، برای پیدا کردن رمز آن چند حالت برای امتحان کردن رمز وجود دارد؟

ب) احتمال این که با یک بار امتحان رمز کیف پیدا شود ، چقدر است ؟

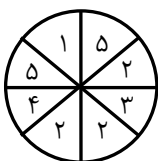
۵- عقربه چرخنده مقابل را ۶۰۰ بار می چرخانیم :

الف) انتظار داریم تقریباً چند بار روی هر ناحیه جداگانه قرار گیرد؟

ب) آیا این انتظار درست است که تعداد ایستادن روی ناحیه ۲ و ۵ یکسان باشد؟

ج) انتظار داریم عقربه چند بار روی ناحیه ۲ یا ۳ قرار گیرد؟

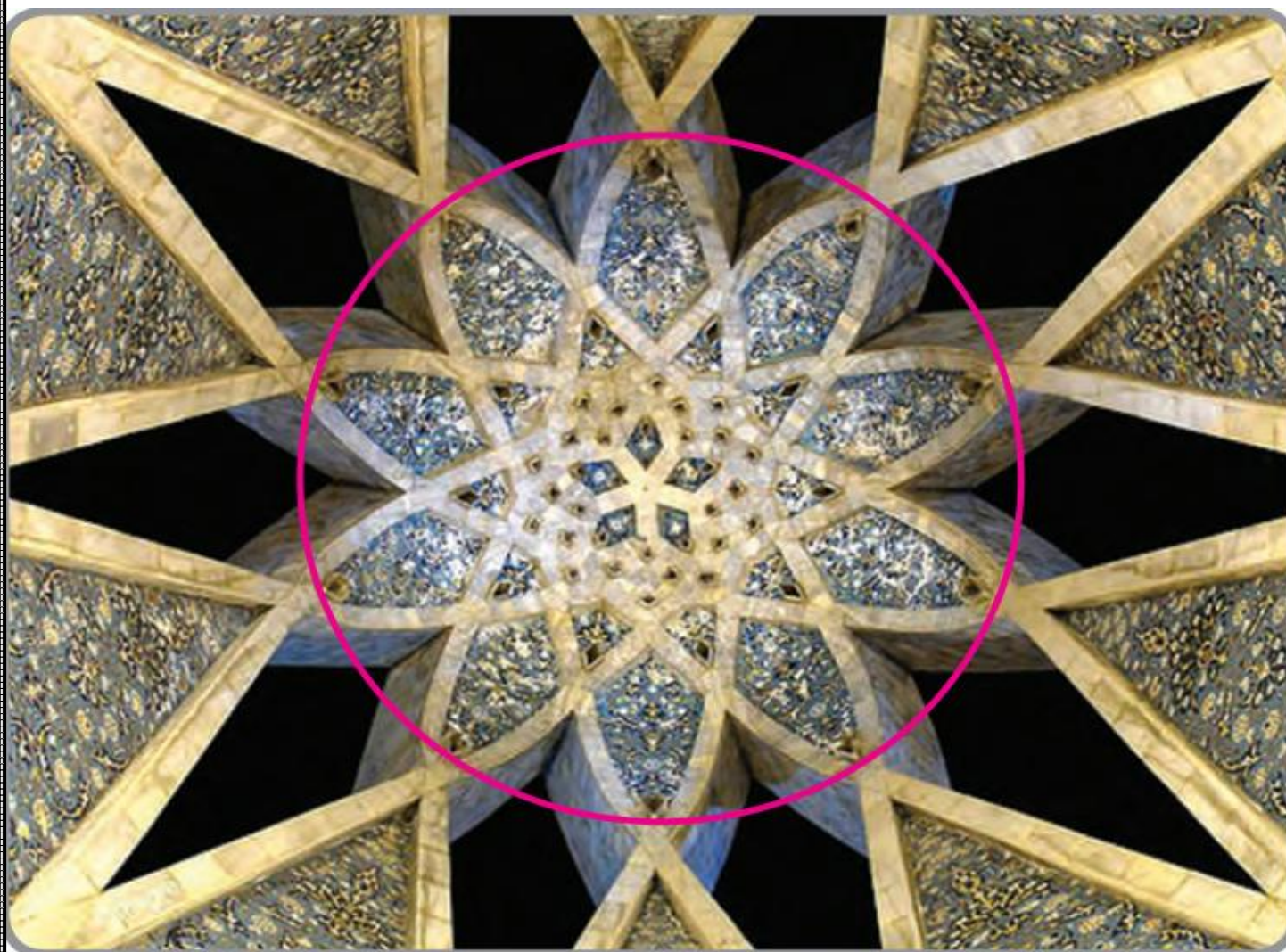
د) آیا درست است بگوییم عقربه حتما ۷۵ بار روی عدد ۳ قرار می گیرد؟



نکات و نمونه سوالات

(فصل ۹)

دایره ها

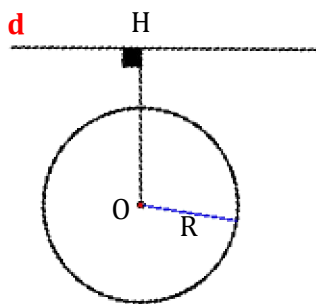


<http://khanehriazi۷.blogfa.com/>

اگبرپان

خط و دایره

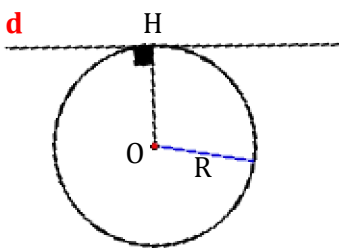
نکته ۱ یک خط و یک دایره نسبت به هم سه حالت دارند :



الف) اگر خط، دایره را قطع نکند (خط و دایره نقطه نقطه مشترک ندارند)

در این صورت فاصله مرکز دایره تا خط بزرگتر از شعاع دایره است.

$$\overline{OH} > R$$

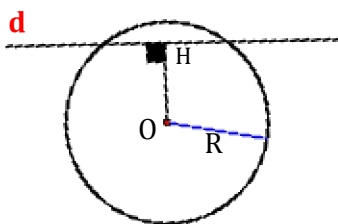


ب) اگر خط، دایره را در یک نقطه قطع کند (خط و دایره یک نقطه مشترک دارند)

در این صورت فاصله مرکز دایره تا خط برابر با شعاع دایره است.

$$\overline{OH} = R$$

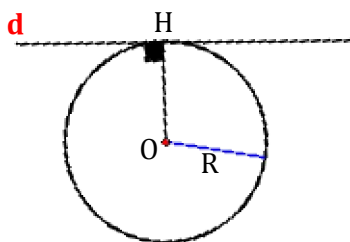
اکبرپایان



ج) اگر خط، دایره را در دو نقطه قطع کند (خط و دایره دو نقطه مشترک دارند)

در این صورت فاصله مرکز دایره تا خط کوچکتر از شعاع دایره است.

$$\overline{OH} < R$$



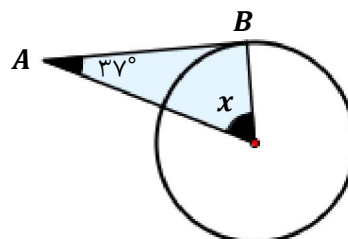
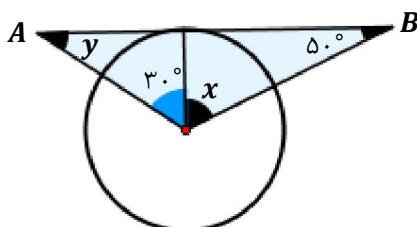
نکته ۲ اگر خط بر دایره مماس باشد (خط و دایره یک نقطه مشترک داشته باشند)

الف) فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با شعاع دایره است.

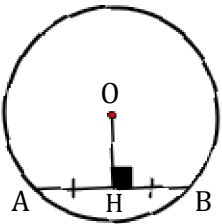
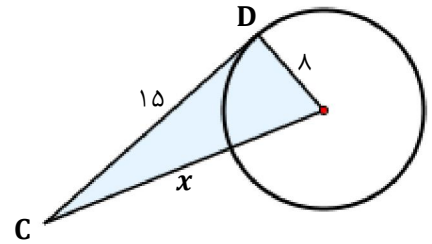
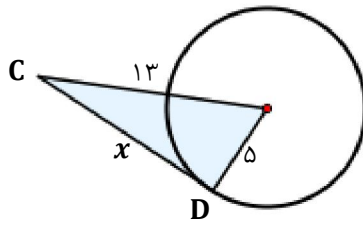
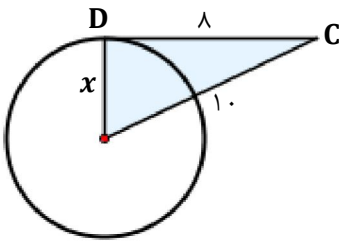
ب) شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

سوال

۱- در هر یک از شکل های زیر \overline{AB} بر دایره مماس است. اندازه زاویه های x و y را حساب کنید.

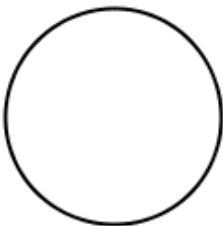


۲- در هر یک از شکل های زیر \overline{CD} بر دایره مماس است . مقدار x را حساب کنید.



نکته ۳ الف) پاره خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود، آن وتر را نصف می کند .
ب) پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می کند، بر وتر عمود است .

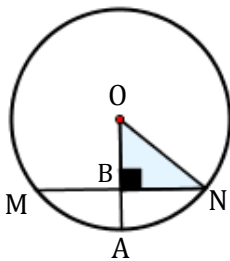
سوال



اکبرپان

۱- مرکز دایره مقابل را رسم کنید .

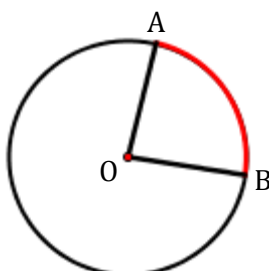
۲- در شکل مقابل $\overline{MN} = 16 \text{ cm}$ و $\overline{OA} = 10 \text{ cm}$ طول \overline{AB} چند سانتی متر است ؟



زاویه های مرکزی و محاطی

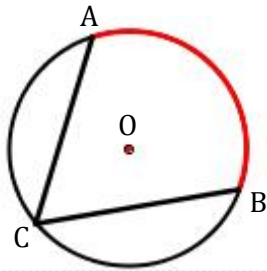
نکته ۱

الف) زاویه مرکزی ، زاویه ای است که راس آن بر روی مرکز دایره قرار دارد و اضلاع آن شعاع های دایره می باشند .
ب) اندازه زاویه مرکزی ، برابر با اندازه کمان مقابل آن (بر حسب درجه) می باشد .



$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$

الف) زاویه محاطی، زاویه ای است که راس آن بر روی محیط دایره قرار دارد و اضلاع آن وترهای دایره می باشند.
 ب) اندازه زاویه محاطی، نصف اندازه کمان مقابل آن (بر حسب درجه) می باشد.

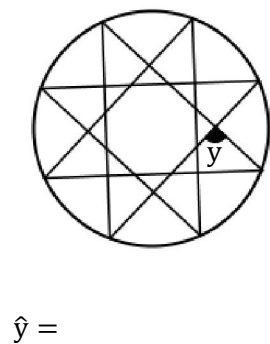
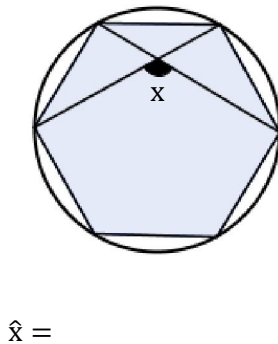
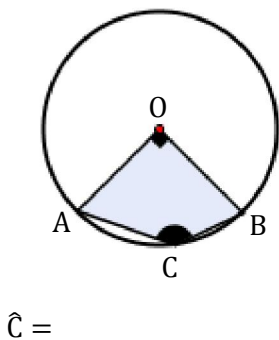
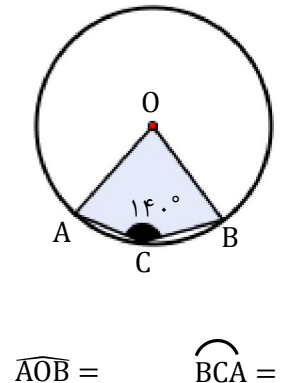
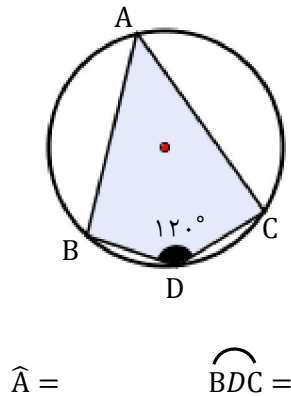
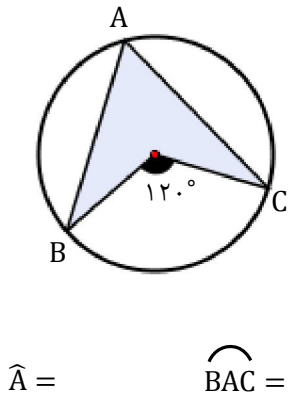
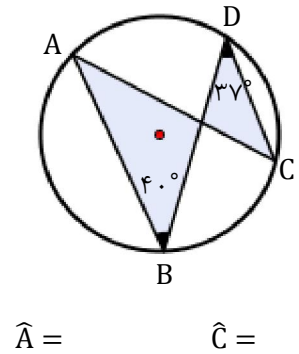
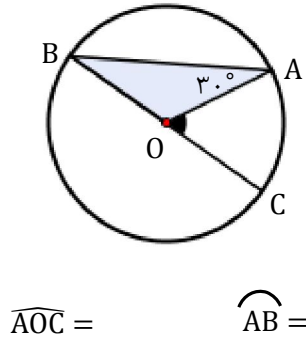
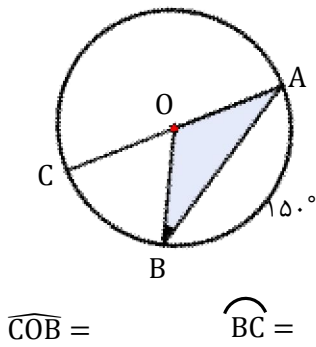


$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

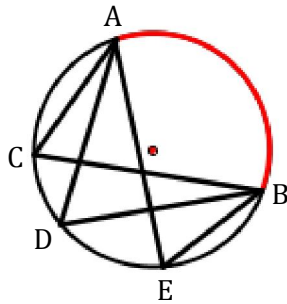
اکبرپایان

سوال

در هر یک از شکل های زیر اندازه زاویه ها و کمان های خواسته شده را حساب کنید.



چند نکته



نکته ۱ در هر دایره زاویه های محاطی مقابل به یک کمان با هم برابر هستند .

$$\widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{E}$$

$$\frac{\text{طول کمان (بر حسب سانتی متر)}}{2\pi r} = \frac{\text{اندازه کمان (بر حسب درجه)}}{360^\circ}$$

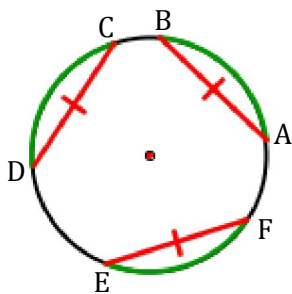
نکته ۲ در هر دایره :

سوال ۱: دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متری باشد ، طول کمان ۱۳۵ درجه ای از این دایره تقریباً چند سانتی متر است ؟

سوال ۲: دایره ای به شعاع ۶ سانتی متر می باشد ، طول کمانی از این دایره ۳/۱۴ سانتی متر است اندازه این کمان را بر حسب درجه حساب کنید .

اکبرپایان

نکته ۳



الف) در هر دایره وترهای نظیر کمان های مساوی با هم برابر هستند .

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{EF} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$$

ب) در هر دایره کمان های نظیر وتر های مساوی با هم برابر هستند .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{EF}$$

نکته ۴

برای تقسیم یک دایره به کمان های مساوی به این ترتیب عمل می کنیم :

۱- یکی از شعاع های دایره را رسم می کنیم .

۲- محیط دایره (۳۶۰ درجه) را به تعداد کمان های مورد نظر تقسیم می کنیم و سپس به وسیله نقاله زاویه ای مرکزی به اندازه حاصل تقسیم رسم می کنیم .

۳- دهانه پرگار را به اندازه کمان ایجاد شده باز کرده و سوزن پرگار را روی یکی از نقاط دو سر کمان قرار داده و کمان رسم می کنیم .

۴- سوزن پرگار را روی کمان ایجاد شده قرار داده و مراحل را تکرار می کنیم .

سوال : با استفاده از نقاله و پرگار و خط کش دایره ای به شعاع ۲ سانتی متر رسم کنید و سپس آن را به ۸ کمان مساوی تقسیم کنید .

خدا ننگمدار