

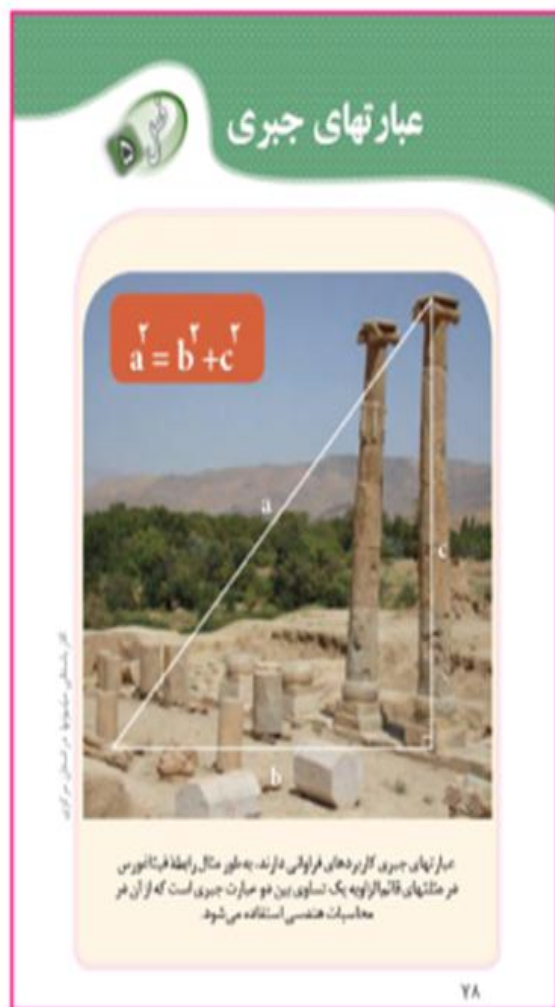
# ریاضی: نهم

## فصل پنجم: عبارات های جبری

صفحه: ۷۸ تا ۹۴

تهیه کننده:

احمد فرخ وند



عبارت های جبری از پردهای فراوانی دارند. به طور مثال رابطه فیثاغورس  
 در مثلثهای قائم الزامه یک تساوی بین دو عبارت جبری است که از آن فر  
 معادلات هندسی استفاده می شود.

۷۸

۷۹

### درس اول: عبارات های جبری و مفهوم اتحاد

#### فعالیت

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، یک جمله ای می نامیم.  
 عبارات های زیر همگی یک جمله ای هستند.

$$۷, x, 5x^{10}, -\sqrt{3}a^3x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{7}$$

و عبارات های زیر یک جمله ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند یک جمله ای یکسان باشند، به آنها یک جمله ای های  
 متشابه گفته می شود؛ به عنوان مثال یک جمله ای های  $4x^2y$  و  $\frac{1}{4}x^2y$  و  $-3x^2y$  متشابه اند اما  
 یک جمله ای های  $3x^2$  و  $3x$  متشابه نیستند.

۷۹

در یک جمله‌ای  $5a^2x^2y$ ، توان متغیر  $a$  برابر با ۲ است؛ بنابراین درجه این یک جمله‌ای نسبت به متغیر  $a$ ، برابر با ۲ است؛ به همین ترتیب درجه نسبت به  $x$ ، ۳ و درجه نسبت به  $y$ ، ۱ است. درجه نسبت به دو متغیر  $x$  و  $y$  را برابر با  $۳+۱=۴$  تعریف می‌کنیم.

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

یک جمله‌ای	متغیرها	درجه نسبت به $x$	درجه نسبت به $y$	درجه نسبت به $x$ و $y$
$\sqrt{3}a^2x^2y^4$	$a, x, y$	۲	۴	$۲+۴=۶$
$5x^2y^2z^2$	$x, y, z$	۲	۲	$= ۴$
$-12x^2u$	$x, u$	۳	۰	$۳+۰=۳$
$\frac{3}{5}$	ندارد	۰	۰	$۳+۰=۰$

۷۹

۱- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

**نکته: اول ضریب‌های عددی را ضرب می‌کنیم**

**سپس حروف مشابه را ضرب می‌کنیم.**

$$۱) ۲(-۲x^2 \cdot 7x^2) = ۲(-۲۸x^2) = -۵۶x^2$$

$$۲) \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (x^2)^2 \cdot y^2 = \frac{4}{9}x^4y^2$$

$$۳) (-3x^2)^2 \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 = (-3)^2 (x^2)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 (x^2)^2 = 9x^4 \times \frac{1}{9}x^4 = x^4$$

$$۴) \left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(\frac{-2}{5}a^2c^5\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-2}{5}\right)(a^2b)(ab)(a^2c^5) = -\frac{1}{5}a^4b^2c^5$$

$$۵) ۲(5xy^2)^2(-2x^5y^2) = ۲ \times (5)^2 \times (-2) x^2 (y^2)^2 x^5 y^2 = -۱۰۰ x^7 y^4$$

$$۶) (2x^2y)(3x^2y^2) + xy^2(-5x^2y) = ۶x^4y^3 - ۵x^3y^3 = x^3y^3$$

**نکته: اول ضرب می‌کنیم و سپس جمله‌های مشابه را جمع یا تفریق می‌کنیم.**

۸۰

در هر چند جمله‌ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ‌ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم؛ برای مثال در چند جمله‌ای  $-2xy^2 + x^2y - 1$ ، درجه نسبت به  $x$  برابر با ۲ و درجه نسبت به  $y$  برابر با ۳ است. همچنین درجه نسبت به چند متغیر را، بزرگ‌ترین درجه یک جمله‌ای‌های آن نسبت به متغیرهای موردنظر تعریف می‌کنیم. در این مثال درجه نسبت به  $y$  و  $x$  برابر با ۴ است. معمولاً در چند جمله‌ای‌ها، جملات را نسبت به توان‌های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می‌کنند.

۳- چند جمله‌ای‌های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر  $x$  مرتب کنید :

الف)  $3x^2 + 5 - 2x + 2x^2 = 2x^2 + 3x^2 - 2x + 5$

ب)  $-3bxy^2 + ax^2y - 4bx^2y^2 = -4bx^2y^2 + ax^2y - 3bxy^2$

ج)  $\frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^3 + 3x^2y - 4 = 3x^2y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^3 - 4$

یک جمله‌ای‌های  $3x^2y^2$  و  $-5x^2y^2$  را که متشابه نیستند، یک جمله‌ای‌های غیر متشابه می‌گوییم.

چنانچه تعدادی یک جمله‌ای را با یکدیگر جمع جبری (جمع یا تفریق) کنیم، حاصل، چند جمله‌ای

است. چند جمله‌ای می‌تواند یک جمله‌ای یا جمع جبری چند یک جمله‌ای غیر متشابه باشد؛ مانند :

$$4x^2 - 4x + 1, \quad x^2 - 2x, \quad \frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{2}axy^2 - axy, \quad 3x^4$$

عبارت‌های جبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان‌های تریلی  $x$  مرتب کنید.

همه جمله‌ها قرینه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & -5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) - 5a^2 - 3ax + x^2 - 4x^2 - 5ax + 3a^2 \\ & = -2a^2 - 8ax - 3x^2 \end{aligned}$$

۲ بار جمله‌ها قرینه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad & -5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)] - 5a^2 - 3ax + x^2 - 4a^2 - 5ax + 3a^2 - 8ax \\ & = -6a^2 - 16ax + x^2 = x^2 - 16ax - 6a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad & (4x + 5x^2)(x^2 - x + 1) = 4x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5x^5 - 5x^4 + 5x^3 \\ & = 5x^5 + 4x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x \end{aligned}$$

هر جمله پیرامون اول را در همه جمله‌های پیرامون دوم باید ضرب کنیم.

$$\begin{aligned} \text{د)} \quad & (x + x^2)(x^2 + x^3 + 1) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x \\ & = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ه)} \quad & (x^2 - 2x + 1)(x^2 + x^3 - 2) = x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x^2 + 4x + x^2 - 2 \\ & = x^5 - x^3 - x^2 - x^2 + 4x - 2 \end{aligned}$$

## فعالیت

۱- به ازای مقادیر داده شده برای  $x$ ، جدول زیر را کامل کنید:

$x$	$x^2$	$6x$	$x^2 + 6x + 9$	$(x+3)^2$
۰	$(0)^2 = 0$	$6 \times (0) = 0$	$0 + 0 + 9 = 9$	$(0+3)^2 = 3^2 = 9$
۵	$(5)^2 = 25$	$6 \times (5) = 30$	$25 + 30 + 9 = 64$	$(5+3)^2 = 8^2 = 64$
$\frac{3}{2}$	$(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$	$6 \times \frac{3}{2} = 9$	$\frac{9}{4} + 9 + 9 = \frac{9+36+36}{4} = \frac{81}{4}$	$(\frac{3}{2}+3)^2 = (\frac{3+6}{2})^2 = \frac{81}{4}$

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟ مقدار آنها با هم برابر است. حاصل عبارت‌های جدول را برای چند مقدار دیگر  $x$  ادامه دهید. در هر سطر عبارت جبری دو ستون آخر با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟ حاصل عبارت جبری  $(x+3)^2$  را به دست آورید و آن را با عبارت جبری  $x^2 + 6x + 9$  مقایسه کنید.

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$$

۳- با دقت در برابری  $(5x+2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ ، که در فعالیت ۲ به دست آمده است به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

جمله اول سمت راست برابری یعنی  $25x^2$  چه رابطه‌ای با  $5x$  دارد؟ **مربع (توان دوم) آن است.**

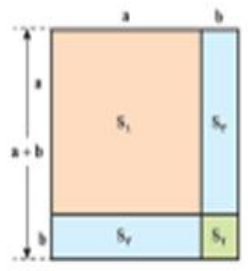
جمله دوم سمت راست برابری یعنی  $20x$  چه رابطه‌ای با  $5x$  و  $2$  دارد؟ **دو برابر حاصل ضرب آنها است.**

جمله سوم سمت راست برابری یعنی  $4$  چه رابطه‌ای با  $2$  دارد؟ **مربع (توان دوم) آن است.**  
عبارت جبری  $5x+2$  دو جمله‌ای و  $(5x+2)^2$  را مربع دو جمله‌ای می‌نامیم و برای سرعت بخشیدن به عملیات جبری می‌توان مربع دو جمله‌ای را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$(5x + 2)^2 = (5x)^2 + \underbrace{2 \times 5x \times 2}_{\text{دو برابر حاصل ضرب دو جمله}} + 2^2$$

جمله اول
جمله دوم
مربع جمله اول

برای هر دو عدد مثبت  $a$  و  $b$ ، به کمک مساحت‌های مشخص شده در شکل زیر، درستی اتحاد  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  مقابل را نشان دهید.



مساحت کل شکل =  $(a+b)^2 = S_1 + 2S_2 + S_4$

**مساحت کل شکل = مجموع مساحت ۴ قسمت**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

## ۸۱ اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشد که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشد برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم.

بنابراین برابری  $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$  یک اتحاد است.

برابری  $3x-3 = x+1$  را در نظر بگیرید. مقدار دو طرف تساوی را به ازای  $x=2$ ، به دست آورید.

آیا این برابری یک اتحاد است؟ برقراری این تساوی را به ازای چند مقدار دیگر برای  $x$  بررسی کنید.

همان‌طور که می‌دانید به چنین برابری‌هایی معادله گفته می‌شود.

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف)  $(a+4)^2 = (a+4)(a+4) = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16$

۸۲ ب)  $(5x+2)^2 = (5x+2)(5x+2) = 25x^2 + 10x + 10x + 4 = 25x^2 + 20x + 4$

ج)  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

۴- مانند سؤ ال ۲ فعالیت، طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

۲۵x<sup>۲</sup> از توان دوم ۵x به دست آمده

الف)  $(5x-2)^2 = (5x-2)(5x-2) = 25x^2 - 10x - 10x + 4 = 25x^2 - 20x + 4$  ۴ از توان دوم ۲- به دست آمده

۲۰x از دو برابر حاصل ضرب ۵x و ۲- به دست آمده

ب)  $(3x-5x)^2 = (3x-5x)(3x-5x) = 9x^2 - 15x - 15x + 25x^2 = 34x^2 - 30x$

ج)  $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ارتباط بین جملات به دست آمده در طرف راست تساوی های بالا و جملات عبارت داده شده

در سمت چپ آنها را بیان کنید.

۸۳

اتحاد مربع مجموع دو جمله ای: جمله اول به توان ۲ + دو برابر حاصل ضرب دو جمله + جمله دوم به توان ۲  
اتحاد مربع دو جمله ای:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

اتحاد مربع تفاضل دو جمله ای: جمله اول به توان ۲ - دو برابر حاصل ضرب دو جمله + جمله دوم به توان ۲

۸۳

## اتحاد مربع دو جمله ای

کار در کلاس

(جمله دوم) + (جمله دوم × جمله اول × ۲) ± (جمله اول)

۱- مربع دو جمله ای های زیر را با توجه به اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید. **جمله دوم** **جمله اول**

الف)  $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

ب)  $(4a+3b)^2 = 16a^2 + 24ab + 9b^2$

$$(4a)^2 + 2(4a)(3b) + (3b)^2$$

$$(2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$$

ج)  $(x^2 - \frac{1}{2})^2 = x^4 - x^2 + \frac{1}{4}$

د)  $(2xy - \frac{1}{2}x^2)^2 = 4x^2y^2 - 2x^3y + \frac{1}{4}x^4$

$$(x^2)^2 - 2(x^2)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2$$

$$(2xy)^2 - 2(2xy)(\frac{1}{2}x^2) + (\frac{1}{2}x^2)^2$$

ه)  $(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 = 2 + 6\sqrt{6} + 9 \times 3$

و)  $(5 - 2\sqrt{2})^2 = 25 - 20\sqrt{2} + 4 \times 2$

$$= 29 + 6\sqrt{6}$$

$$= 33 - 20\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2})(3\sqrt{3}) + (3\sqrt{3})^2$$

$$(5)^2 - 2(5)(2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2})^2$$

۸۳

در سال گذشته خاصیت بخشی عمل ضرب نسبت به عمل جمع را در چند جمله‌ای‌ها مطالعه کرده‌اید.

حاصل ضرب  
 $a(b+c) = ab+ac$

اکنون اگر این برابری را مانند زیر به صورت ضرب دو عبارت بنویسیم، دو جمله‌ای  $ab+ac$  را به ضرب عبارت‌ها تجزیه کرده‌ایم:

۸۴

تجزیه  
 $ab+ac = a(b+c)$

(م.م.ب) بزرگ‌ترین مقسوم علیه (عامل) مشترک

چند جمله‌ای‌های زیر را مانند نمونه تجزیه کنید:

الف)  $8x^2 + 12x = 4x \cdot 2x + 4x \cdot 3$

$(\text{م.م.ب}) = 4x$

$= 4x(2x + 3)$  (با توجه به خاصیت بخشی)

ب)  $6a^2 - 18a^2 = 6a^2(a - 3)$

ج)  $7x^2 - 14x^2 + 21x^2 = 7x^2(x^2 - 2x + 3)$

د)  $5x^2y - 10xy^2 + 15x^2y = 5x^2y - 10xy^2$   
 $= 5xy(2x - y)$

۸۳

۲- جاهای خالی را با توجه به نمونه پُر کنید.

الف)  $(2a + 3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

مربع جمله دوم    دو برابر حاصل ضرب جمله‌ها  
 مربع جمله اول    مربع جمله اول

$2a = \text{جمله اول} \Rightarrow 4a^2 = (2a)^2 = \text{مربع جمله اول}$

$12ab = 2(2a)(3b) = \text{دو برابر حاصل ضرب جمله‌ها}$

$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

در نتیجه داریم:  $2(xy) \left(\frac{1}{2}\right)$

الف)  $(1+b)^2 = 1 + 2b + b^2$

ب)  $(xy - \frac{1}{2})^2 = x^2y^2 - xy + \frac{1}{4}$

ج)  $(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = x^4 - 2 + \frac{1}{x^4} \quad (x \neq 0)$

د)  $(6x - y)^2 = 36x^2 - 12xy + y^2$

اگر سه جمله‌ای  $a^2 + 2ab + b^2$  را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به صورت  $(a+b)^2$  بنویسیم در واقع عبارت را به عامل‌های ضرب تجزیه کرده‌ایم؛ زیرا:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

با توجه به نمونه زیر توضیح دهید که چگونه در سه جمله‌ای داده شده، جمله‌های اتحاد را

تشخیص می‌دهید تا به کمک آن عبارت تجزیه شود.

الف)  $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 = (x+3)(x+3)$

مربع کامل  $(3)$   $2(x)$  مربع کامل

ب)  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$  ج)  $n^2 - 10n + 25 = (n - 5)^2 = (x^2 - 5)(x^2 - 5)$

د)  $\lambda ax^2 + 2\lambda axy + \lambda ay^2 = \lambda a(4x^2 + 12xy + 9y^2) = \lambda a(2x + 3y)^2 = \lambda a(2x + 3y)(2x + 3y)$

$(\text{م.م.ب}) = \lambda a$

## تمرین

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

الف)  $(-5m)^2(-2m)^3 - \left(\frac{1}{2}m\right)^2(-2m)^3$   
 $= -20 \cdot m^5 + 2m^5 = -18m^5$

ب)  $7a^2 - 4b^2 + 5c^2 - (a^2 - 9b^2 - 11c^2)$   
 $= 6a^2 + 5b^2 + 16c^2$

ج)  $(x^m - 1)(x^m - 1) = x^{2m} - x^m - x^m + 1$   
 $= x^{2m} - 2x^m + 1$

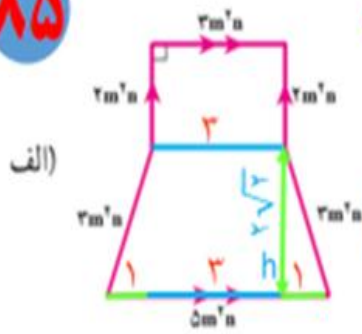
د)  $x - [(y-x) - (y-1)] = x - [-x+1]$   
 $= 2x - 1$



۲- محیط و مساحت هر شکل را بیابید.

۸۵

طبق رابطه فیثاغورس



$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

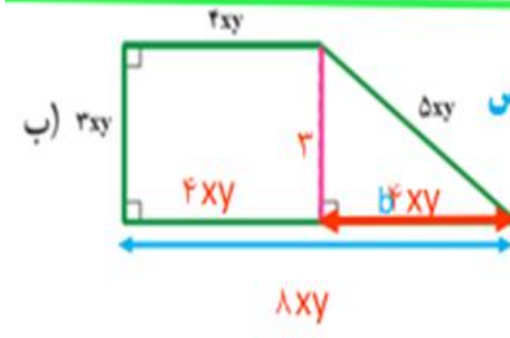
$$h = 4$$

$$P = 2 \times 2 m^2n + 2 \times 8 m^2n + 5 m^2n = 18 m^2n$$

الف)  $S_1 = 2m^2n \times 2m^2n = 4m^4n^2$  عرض  $\times$  طول = مساحت مستطیل

$$S_2 = (2 m^2n + 8 m^2n) \times 4 \div 2 = 20 m^4n^2 \quad S_{\text{شکل}} = 4\sqrt{2}m^4n^2 + 4m^4n^2$$

$\div$  ارتفاع  $\times$  (مجموع دوقاعده) = مساحت دوزنقه



ب)  $P = (2 xy + 4xy + 8xy + 5xy) = 20xy$  طبق رابطه فیثاغورس

$$b^2 = 5^2 - 3^2$$

(مجموع همه ضلع ها) = محیط دوزنقه

$$b^2 = 25 - 9 = 16$$

$$S = (4xy + 8xy) \times 3 \div 2 = 18xy$$

$$b = \sqrt{16} = 4$$

$\div$  ارتفاع  $\times$  (مجموع دوقاعده) = مساحت دوزنقه

۸۵

۳- طرف دیگر عبارات های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف)  $(5y - 3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$

ب)  $(-3a^2 - a)^2 = 9a^4 + 6a^3 + a^2$

$$(5y)^2 - 2(5y)(3x) + (3x)^2$$

$$(-3a^2)^2 - 2(-3a^2)(a) + (-a)^2$$

ج)  $(8x - \frac{1}{3})^2 = 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$

د)  $(\frac{2}{7})^2 + 2(\frac{2}{7})(\frac{3}{3}) + (\frac{3}{3})^2 =$

$$(\frac{2}{7} + \frac{3}{3})^2 = 6^2 = 36$$

$$(8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2$$

۴- به کمک اتحاد مربع دو جمله ای، درستی تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف)  $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$  **طرف اول**  $= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$  **همه جمله ها باید قرینه شوند.**

$$= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 4xy$$

ب)  $a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \quad (a \neq 0)$

طرف دوم  $= a^2 + 2(a)(\frac{1}{a}) + \frac{1}{a^2} - 2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 - 2$

+(جمله سوم به توان ۲)+(جمله دوم به توان ۲)+(جمله اول به توان ۲)=اتحاد مربع ۳ جمله ای

### فعالیت

۱- حاصل عبارت زیر را با دو روش ارائه شده انجام داده و آنها را کامل کنید.

$$\text{روش اول: } (a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

$$\text{روش دوم: } ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

درستی تساوی به دست آمده در روش اول را با توجه به تصویر ابتدای فصل توضیح دهید.

به کمک نتیجه این فعالیت، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

۵- عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.  
همه جمله‌ها حرف x (با کوچکترین توان) و ضریب‌ها شماره‌دهنده مشترک دارند. پس فاکتور می‌گیریم.

الف)  $2x^2 + 8x^2 + 8x = 2x(x^2 + 4x + 4)$

داخل پرانتز اتحاد مربع دو جمله‌ای است.  $= 2x(x+2)(x+2)$

ج)  $a(x+1) + b(x+1)^2 = (x+1)(a + b(x+1))$

همه جمله‌ها (x+1) مشترک دارند پس فاکتور می‌گیریم. (با کوچکترین توان)

ه)  $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)(xy - 2)$

اتحاد مربع دو جمله‌ای است.

ب)  $3a^2b - 12ab^2 + a^2b^2$  همه جمله‌ها حروف ab مشترک دارند پس فاکتور می‌گیریم. (با کوچکترین توان)  
 $= ab(3a^2 - 12b^2 + a^2b)$

همه جمله‌ها حرف a (با کوچکترین توان) مشترک دارند.

د)  $a^2 - 2a^2 + a = a(a^2 - 2a + 1)$  پس فاکتور می‌گیریم.

داخل پرانتز اتحاد مربع دو جمله‌ای است.  $= a(a-1)(a-1)$

و)  $25x^2 + 30x^2 + 9x^2 = x^2(25x^2 + 30x + 9)$

همه جمله‌ها  $x^2$  مشترک دارند پس فاکتور می‌گیریم. (با کوچکترین توان)

داخل پرانتز اتحاد مربع دو جمله‌ای است.  $= x^2(5x+3)(5x+3)$

۶- با تبدیل b به -b در اتحاد  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، طرف دوم تساوی زیر را کامل کنید.

$$(a + (-b))^2 = (a)^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

منفی × مثبت = منفی

(جمله دوم)  $^2$  - (جمله اول)  $^2$  = اتحاد مزدوج

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

۱- تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

۱)  $(1+a)(1-a) = 1 - a^2$

۳)  $(t+3)(t-3) = t^2 - 9$

۲)  $(2a+5)(2a-5) = 4a^2 - 25$

۴)  $(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

(جمله سوم)  $^2$  + (جمله دوم)  $^2$  + (جمله اول)  $^2$  = اتحاد مربع ۳ جمله ای

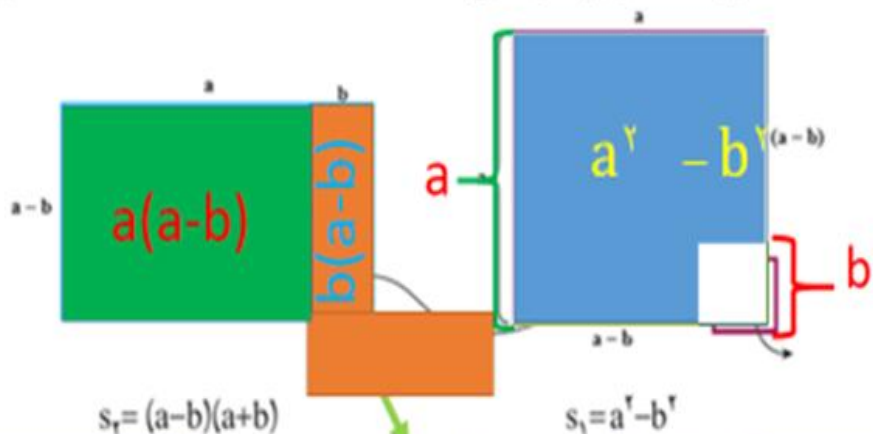
$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

۲- با استفاده از ضرب عبارت های جبری، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

اگر  $a$  و  $b$  مثبت و  $b < a$  باشد به کمک شکل های زیر درستی اتحاد  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  را

نتیجه بگیرید.



طرف راست  $= a^2 - b^2$

$$a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

اتحاد مزدوج

این اتحاد را به صورت کلامی بیان کنید. (جمله دوم به توان ۲) - (جمله اول به توان ۲) = اتحاد مزدوج

اتحاد مزدوج در تجزیه عبارت‌های جبری نیز استفاده می‌شود.  $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

با توجه به این تساوی، جای خالی را پر کنید.  
 ۱)  $x^2 - 9 = (x+3)(x - 3)$

۲)  $4y^2 - \frac{1}{4}z^2 = (2y + \frac{1}{4}z)(2y - \frac{1}{4}z)$     ۳)  $(2x+1)^2 - y^2 = [(2x+1) - y][(2x+1) + y]$

۴)  $1 - (3a+z)^2 = [1 - (3a+z)][1 + (3a+z)] = (1 - 3a - z)(1 + 3a + z)$

۵)  $(2x+1)^2 - (3x+4)^2 = [(2x+1) - (3x+4)][(2x+1) + (3x+4)] = (-x-3)(5x+5)$

۶)  $x^2 - y^2 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x+y)(x - y)$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید.

۱)  $(1-x)(x+1) = (1-x)(1+x) = 1-x^2$

۲)  $(-y-2z)(-2z+y) = (-2z-y)(-2z+y) = 4z^2 - y^2$

۳)  $(-7y+t)(t+7y) = (t+7y)(t-7y) = t^2 - 49y^2$

۴)  $(-4y-2z)(2z-4y) = (-4y-2z)(-4y+2z) = 16y^2 - 4z^2$

۵)  $(x-2y+5)(x+2y-5) = [x - (2y-5)][x + (2y-5)] = x^2 - (2y-5)^2$   
 $= x^2 - (4y^2 - 20y + 25) = x^2 - 4y^2 + 20y - 25$

۸۲

$$4x^2 - (7-3y)^2$$

۱- محسن قصد دارد عبارت جبری زیر را تجزیه کند.

محسن با توجه به شکل عبارت جبری به فکر استفاده از اتحاد مزدوج می افتد و این عبارت را به کمک این اتحاد به صورت زیر تجزیه می کند.

$$(2x-7+3y)(2x+7-3y)$$

به نظر شما، محسن در استفاده از اتحاد مزدوج، A و B را چگونه انتخاب کرده است؟

**A را برابر  $2x$  و B را برابر  $7-3y$  انتخاب کرده است.**

۲- استفاده از اتحادها، می تواند بعضی از محاسبات به ظاهر مشکل را به راحتی امکان پذیر کند. به کمک اتحادها، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$98 \times 102 = (100-2) \times (100+2) = 10000 - 4 = 9996$$

$$497 \times 503 = (500-3) \times (500+3) = 250000 - 9 = 249991$$

$$(1001)^2 = (1000+1)^2 = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$$

۸۸

## فعالیت

۱- به تساوی های زیر دقت کنید. توضیح دهید عبارت سمت راست چگونه به دست آمده است. بین جواب و عبارت سمت چپ چه ارتباطی وجود دارد؟

الف)  $(x+2)(x+5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$

**جمله مشترک**

$$2+5$$

$$2 \times 5$$

ب)  $(x+9)(x-4) = x^2 + 9x - 4x - 36 = x^2 + 5x - 36$

$$9 + (-4)$$

$$9 \times (-4)$$

با توجه به عبارات بالا تساوی زیر را کامل کنید.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a \times b$$

**X جمله مشترک و a و b جمله های غیر مشترک**

اتحاد به دست آمده را اتحاد جمله مشترک می نامند.

$$(X+a)(X+b) = x^2 + (a+b)x + (a \times b)$$

**ضرب جمله های غیر مشترک + (جمله مشترک) x (مجموع جمله های غیر مشترک) + (جمله مشترک) = اتحاد جمله مشترک**

۸۸ ۲- با توجه به فعالیت ۱ اگر طرف راست عبارت بالا را داشته باشیم و بخواهیم آن را به

حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کنیم، اعداد a و b را چگونه تشخیص دهیم؟

دو عدد که ضرب آنها ۶- و جمع آنها ۱+ باشد

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

دو عدد که ضرب آنها ۱۰+ و جمع آنها ۷+ باشد

الف)  $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$

دو عدد که ضرب آنها ۱۲+ و جمع آنها ۷+ باشد

ب)  $x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

ج)  $y^2 + y - 6 = (y+3)(y-2)$

دو عدد که ضرب آنها ۶- و جمع آنها ۱- باشد

د)  $y^2 - y - 6 = (y+2)(y-3)$

دو عدد که ضرب آنها ۶+ و جمع آنها ۵+ باشد

ه)  $y^2 + 5y + 6 = (y+3)(y+2)$

۸۹ ۳- تجزیه عبارت  $x^2 + 10x - 24$  را چهار نفر از دانش آموزان به کمک اتحاد جمله مشترک به

چهار صورت زیر انجام داده اند. کدام یک درست و کدام یک نادرست است؛ چرا؟ پاسخ نفر سوم درست است.

- جواب نفر اول:  $(x+6)(x-4)$
- جواب نفر دوم:  $(x+6)(x+4)$
- جواب نفر سوم:  $(x+12)(x-2)$
- جواب نفر چهارم:  $(x-12)(x+2)$

### تمرین

۱- حاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف)  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

الف)  $(\frac{1}{4} - x)(\frac{1}{4} + x) = (\frac{1}{4})^2 - (x)^2 = \frac{1}{16} - x^2$

ب)  $(5x+4)(5x+3) = 25x^2 + 35x + 12$

ج)  $(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3}) = (z)^2 - (\sqrt{3})^2 = z^2 - 3$

د)  $(3x+y-z)(3x+y+z) = 9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$

ه)  $(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = x^4-1$

و)  $(x-2)(x+2)(x^2+3) = (x^2-4)(x^2+3) = x^4 - x^2 - 12$

۲- در قسمت های نقطه چین، با استفاده از اتحادها، عبارت های مناسب بگذارید.

الف)  $(xy-z)(xy+z) = x^2y^2 - z^2$  مزدوج  
 ج)  $(x+a)(x-b) = x^2 + (a-b)x - ab$  جمله مشترک

ب)  $(\frac{1}{4}y + \sqrt{5})(\frac{1}{4}y - \sqrt{5}) = \frac{1}{16}y^2 - 5$  مزدوج  
 د)  $(x^2 + 7)(x^2 - 5) = x^4 + 2x^2 - 35$  جمله مشترک

۳- عبارات زیر را به کمک اتحادها، تجزیه کنید.

الف)  $a^2 - 8a + 15 = (a - 3)(a - 5)$  جمله مشترک  
 و)  $x^2 - 13x + 36 = (x - 9)(x - 4)$  جمله مشترک

ب)  $x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$  مربع دو جمله ای  
 ز)  $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)(x - 6)$  مربع دو جمله ای

ج)  $x^2 + 10x + 24 = (x + 6)(x + 4)$  جمله مشترک  
 ح)  $(x+y)^2 - 9 = (x+y+3)(x+y-3)$  مزدوج

د)  $x^2 - 2x - 8 = (x - 3)(x - 5)$  جمله مشترک  
 ط)  $bx^2 - 5bx - 50b = b(x^2 - 5x - 50)$

جمله یگانه ها (بدارند پس از ا) فاکتور می گیریم.

ه)  $4ax^2 - a = a(4x^2 - 1) = a(2x+1)(2x-1)$  جمله مشترک  
 ی)  $x^2 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1)$  جمله مشترک

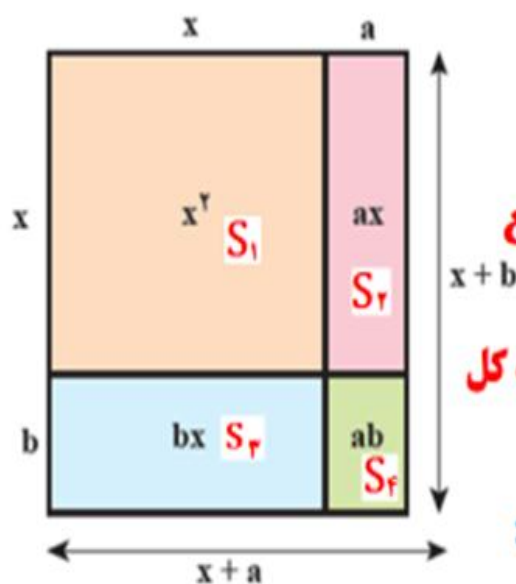
۴- در اتحاد جمله مشترک اگر  $a=b$  باشد، چه اتحادی به دست می آید؟ اگر  $a$  و  $b$  قرینه باشد،

$(x+a)(x+a) = (x+a)^2$  اگر  $a=b$  باشد  
 اتحاد مربع مجموع دو جمله ای

$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$  اگر  $a$  و  $b$  قرینه باشد اتحاد مزدوج

۵- به کمک مساحت ها در شکل روبه رو، اتحاد

جمله مشترک را به دست آورید.

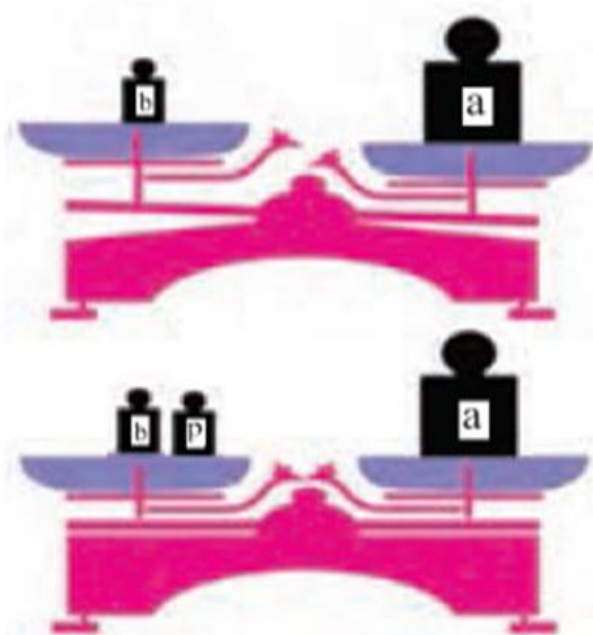


مساحت مربع =  $(x+a)(x+b)$

مساحت کل =  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = x^2 + ax + bx + ab$

$= x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

## فعالیت



$$a = b + p$$

روی کفه‌های ترازو دو وزنه  $a$  و  $b$  کیلوگرمی قرار دارد. با توجه به شکل، وزنه  $a$  از وزنه  $b$  سنگین‌تر است. — با توجه به وضعیت ترازو، هر یک از نمادهای  $>$ ،  $<$ ،  $=$  را در جاهای خالی فقط یک بار استفاده و وزنه‌های  $a$  و  $b$  را با هم مقایسه کنید.

$$a > b, a \neq b, b < a$$

در شکل بالا چنانچه وزنه‌ای  $p$  کیلوگرمی باشد به طوری که  $a = b + p$ ، در این صورت برای اینکه کفه‌های ترازو مقابل هم بایستند، باید وزنه  $p$  کیلوگرمی را روی کدام کفه قرار داد؟  $b$

هرگاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشد به طوری که  $a > b$ ، در این صورت عدد حقیقی مثبتی مانند  $p$  هست به طوری که  $a = b + p$ .

با توجه به برابری‌های زیر مانند نمونه، یک نابرابری برای هر کدام بنویسید.

الف)  $x = y + 4 \Rightarrow x > y$

ج)  $a - 2 = b + 3 \Rightarrow a = b + 5 \Rightarrow a > b$

ب)  $m + 1 = n + 3 \Rightarrow m = n + 2 \Rightarrow m > n$

د)  $2m = 3n \quad (m, n > 0) \Rightarrow m = \frac{3}{2}n \Rightarrow m > n$

هرگاه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشد، فقط یکی از حالت‌های « $a$  بزرگ‌تر از  $b$ » یا « $a$  کوچک‌تر از  $b$ » یا « $a$  برابر با  $b$ » را خواهیم داشت.

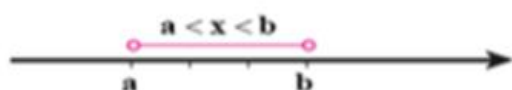
چنانچه عدد حقیقی  $a$  منفی نباشد در این صورت  $a > 0$  یا  $a = 0$ ، در این حالت می‌نویسیم  $a \geq 0$  و می‌خوانیم  $a$  بزرگ‌تر یا برابر با  $0$  است؛ مانند  $2 \geq 0$  یا  $0 \geq 0$ .

چنانچه  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشد به طوری که  $a$  از  $b$  کمتر نباشد در این صورت  $a > b$  یا  $a = b$  در این حالت می‌نویسیم  $a \geq b$ .

برای سه عدد حقیقی  $a$  و  $b$  و  $x$  به طوری که عدد دلخواه

$x$  بین اعداد  $a$  و  $b$  باشد ( $a < b$ )، می‌نویسیم  $a < x < b$ .

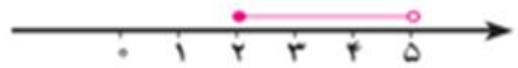
مانند:  $1 < 2 < 5$





۱- متناظر با هر یک از ناحیه‌های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.

(الف)  $-3 \leq x \leq 5$  

(ب)  $2 \leq x < 5$  

۲- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را بررسی کنید.

(الف) اگر  $a+b > 0$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هر دو مثبت هستند. **نادرست**

**مثال**  $3 > 0 = -2 + 5$  اما یکی منفی و یکی مثبت است.

(ب) اگر  $ab > 0$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هم علامت هستند. **درست**

**منفی در منفی مثبت می‌شود و مثبت در مثبت، هم مثبت می‌شود.**

(ج) اگر  $\frac{ab}{c} < 0$  آنگاه،  $a$  و  $b$  و  $c$  منفی هستند. **نادرست**

**ممکن است دو تا از آن‌ها مثبت و یکی منفی باشد و علامت حاصل منفی می‌شود.**

(د) اگر  $a^2b < 0$  آنگاه،  $b$  منفی است. **درست**

**$a^2$  همیشه مثبت است چون منفی در مثبت منفی می‌شود پس  $b$  منفی است.**

۳- عبارات‌های کلامی را به صورت جبری بنویسید.

● ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگ‌تر است.

$$3 \times a - 1 > 7$$

● ۸ از قرینه دو برابر عددی به علاوه ۳ بزرگ‌تر است.

$$8 > -2 \times a + 3$$

۱- به دو طرف نابرابری زیر، عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

$$-3 < 1 \xrightarrow{+3} -3 + 3 < 1 + 3 \rightarrow 0 < 4$$

بله، نابرابری برقرار است.

$$-3 < 1 \xrightarrow{-7} -3 - 7 < 1 - 7 \rightarrow -10 < -6$$

$$-3 < -2 \xrightarrow{-100} -3 - 100 < -2 - 100 \rightarrow -103 < -102$$

خاصیت ۱: اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند  $c$  جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است؛ یعنی اگر  $a > b$  آنگاه  $a + c > b + c$ .

۲- دو طرف نابرابری زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید؛ آیا نابرابری‌ها تغییر می‌کنند؟

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times 3} -21 > -27$$

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times (-3)} 21 < 27$$

اگر در عدد مثبت ضرب شود تغییر نمی‌کند، ولی اگر در صفر یا عدد منفی ضرب شود جهت علامت تغییر می‌کند.

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times 0} 0 = 0$$

$$-7 > -9 \xrightarrow{\times (-1)} 7 < 9$$

خاصیت ۲: اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند  $c$  ضرب کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود؛ یعنی اگر  $a > b$  و  $c > 0$  آنگاه  $ac > bc$ .

خاصیت ۳: اگر دو طرف نابرابری  $a > b$  را در عدد منفی  $c$  ( $c < 0$ ) ضرب کنیم، در این صورت داریم  $ac < bc$ .

۳- نابرابری  $2x + 1 > 7$  را در نظر بگیرید؛ این نابرابری شامل متغیر  $x$  است و درجه نسبت به  $x$  با

۱ برابر است؛ در این صورت به این نابرابری، نامعادله یک مجهولی درجه اول می‌گوییم.

در جدول زیر اندازه‌های داده شده را به جای x قرار دهید؛ آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟

نامعادله	$x=-1$	$x=2$	$x=3$	$x=4$	$x=7$
$2x+1 > 7$	$2(-1)+1 > 7$ ↓ $-1 > 7$ نادرست	$2(2)+1 > 7$ $5 > 7$ نادرست	$2(3)+1 > 7$ $7 > 7$ نادرست	$2(4)+1 > 7$ $9 > 7$ درست	$2(7)+1 > 7$ $15 > 7$ درست

مجموعه مقادیری که به ازای آنها، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، مجموعه جواب نامعادله است. با توجه به جدول بالا، ۴ و ۷ جزو مجموعه جواب این نامعادله است. اکنون با توجه به خاصیت‌های نابرابری‌ها و پاسخ به سؤالات زیر، این نامعادله را حل کنید.

– دو طرف نامعادله را با  $-1$  جمع کنید.

$$2x+1-1 > 7-1 \rightarrow 2x > 6$$

– دو طرف نامعادله حاصل را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کنید یا دو طرف نامعادله را بر ۲ تقسیم کنید.

$$x > 3$$

– با توجه به نابرابری  $x > 3$  متوجه می‌شویم که مجموعه همه عددهای بزرگ‌تر از ۳، مجموعه جواب این نامعادله است. چنانچه مجموعه جواب نامعادله را با D نمایش دهیم، خواهیم داشت  $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$  می‌توان مجموعه جواب این نامعادله را روی محور عددهای حقیقی به صورت مقابل نمایش داد.



$$2x+1 > 7 \xrightarrow{+(-1)} 2x > 6 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} x > 3$$

مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف)  $2x+7 \geq 15$

$$2x \geq 15 - 7 \quad 2x \geq 8 \quad x \geq \frac{8}{2} \quad x \geq 4$$

ب)  $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$

$$\xrightarrow{\times 6} 6 \times \frac{x}{3} - 6 \times \frac{1}{2} < 6 \times \frac{x-1}{6}$$

$$\rightarrow 2x - 3 < x - 1 \xrightarrow{+(-x)} 2x - 3 + (-x) < x - 1 + (-x)$$

$$\rightarrow x - 3 < -1 \xrightarrow{+3} x < 2 \quad D = \{x \in \mathbb{R} | x < 2\}$$

ج)  $3(x-1) \geq 2x+1$

$$3x - 3 \geq 2x + 1$$

$$3x - 2x \geq 3 + 1$$

$$x \geq 4$$

د)  $\frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{2}(3-x) + \frac{x}{6}$

$$\frac{2 \times 2}{3} \times (x+7) - \frac{1 \times x}{4} \leq \frac{1 \times 3}{2} - \frac{1 \times x}{2} + \frac{1 \times x}{6}$$

$$\frac{4x}{3} + \frac{14}{3} - \frac{x}{4} \leq \frac{3}{2} - \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$$

$$4x + 56 - 3x \leq 18 - 6x + 2x$$

$$5x + 4x \leq 18 - 56$$

$$9x \leq -38 \quad x \leq \frac{-38}{9} \quad x \leq -4$$

$$a = b + p \Rightarrow a > b$$

۱- در جاهای خالی نمادهای  $<$  یا  $>$  را جایگزین کنید.

الف)  $a - b = 1$  در این صورت  $a \square b$  ج) اگر  $2(p-1) = 2q-3$  در این صورت  $p \square q$

$$a = b + 1 \Rightarrow a > b \quad 2p - 2 = 2q - 3 \Rightarrow p < q$$

ب) اگر  $u - v = -2$  در این صورت  $u \square v$  د) اگر  $\frac{a-b}{4} = -3$  در این صورت  $a \square b$

$$u + 2 = v \Rightarrow u < v \quad a - b = -6 \Rightarrow a + 6 = b$$

۲- علامت عددهای حقیقی  $a, b, c$  را طوری تعیین کنید که نابرابری‌های زیر برقرار باشد:

باید  $a$  و  $b$  هم علامت باشند. ج)  $ab > 0$   $b^2$  همیشه مثبت است پس باید علامت  $a$  و  $c$  مختلف باشد. الف)  $\frac{ac}{b^2} < 0$

باید  $c$  و  $b$  هم علامت باشند. د)  $\frac{a^2}{bc} > 0$  باید علامت  $a$  و  $b$  و  $c$  مثبت باشد یا فقط یکی از آنها مثبت باشد. ب)  $\frac{a}{bc} > 0$

۳- مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $2(x-3) + 5 < 5 - x$

$$2x - 6 + 5 < 5 - x$$

$$2x + x < 5 - 5 + 6$$

$$3x < +6 \Rightarrow x < +2$$

$$\{x \in \mathbb{R} | x < 2\}$$

ب)  $3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$

$$3 - 2x \geq 15 - 10x$$

$$-2x + 10x \geq 15 - 3 \Rightarrow 8x \geq 12$$

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{3}{2}\right\} \quad x \geq \frac{12}{8} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

ج)  $\frac{4x-3}{4} - 1 > \frac{4x}{2} \quad \{y \in \mathbb{R} | y < -7\}$

$$y - 3 - 4 > 2y \Rightarrow -2y + y > +7$$

$$-y > +7 \Rightarrow y < -7$$

دو طرف نامعادله بر عدد منفی تقسیم می شود جهت علامت تغییر می کند.

د)  $\frac{12x}{4} - \frac{12x}{4} \leq \frac{12x}{4} + q$

$$-24 - 3q \leq 4 + 4q$$

$$-3q - 4q \leq 4 + 24$$

$$-7q \leq 28 \Rightarrow q \geq -4$$

$$\{q \in \mathbb{R} | q \geq -4\}$$

دو طرف نامعادله بر عدد منفی تقسیم می شود جهت علامت تغییر می کند.

۴- اگر  $a^2 > b^2$  آیا همواره می توان نتیجه گرفت،  $a > b$ ؟

مثال اگر  $a = -5$  و  $b = -4$  باشد  $25 > 16 \Rightarrow -5 > -4$  اما  $-5 < -4$  بزرگتر است.

۹۳

۵- اگر  $a, b > 0$  و  $a^2 > b^2$  نشان دهید  $a > b$  (از اتحاد مزدوج کمک بگیرید).

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2 > b^2 \Rightarrow a^2 - b^2 > 0 \Rightarrow (a+b)(a-b) > 0 \Rightarrow a-b > 0 \Rightarrow a > b$$

چون  $a, b > 0$  پس  $a+b > 0$

۶- عبارتهای کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) اگر پول علی را سه برابر کنیم، حداقل ۳۰۰ تومان از دو برابر پولش بیشتر می شود.

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{2x}{2} + 300$$

ب) مجموع نصف عدد  $a$  و چهار برابر عدد  $b$ ، حداکثر ۶ واحد است.

$$\frac{1}{2}a + 4b \leq 6$$

۷- دو نفر با وزنهای ۸۵ و ۶۵ کیلوگرم به جنگلی رفتند که به منابع غذایی دسترسی ندارند.

آنها همراه خود مواد غذایی برده اند که ۴۵۰۰ کیلوکالری انرژی دارد. اگر فرض کنیم هر انسان هر روز

حداقل به اندازه سه برابر وزن خود کیلوکالری انرژی نیاز دارد، آنها حداکثر چند روز می توانند با مواد

غذایی خود در جنگل دوام بیاورند؟

$$85 \times 3 = 255$$

$$65 \times 3 = 195$$

$$195 + 255 = 450$$

کالری مورد نیاز

دو نفر برای ۱ روز

$$450x \leq 4500$$

$$x \leq 10$$

دو نفر حداکثر ۱۰ روز می توانند

دوام بیاورند.

خوارزمی، ابو عبدالله، محمد بن موسی، متولد خوارزم و وفات حدود (۲۳۲ هـ ق). ریاضی دان، منجم، جغرافی دان و مورخ ایرانی است؛ یکی از بزرگ ترین دانشمندان مسلمان و بزرگ ترین عالم زمان خود بود.

کتاب جبر و مقابله خوارزمی از آغاز تألیف، یعنی اوایل قرن سوم هجری برابر با قرن نهم میلادی و تا قرن شانزدهم میلادی، در نزد ریاضی دانان عنوان سند و حجت داشته است. در زیر بخشی از مقدمه کتاب جبر و مقابله و ترجمه آن آورده شده است.



به نام خدوند بخشنده مهربان

خدای راسخ بر نعمت هایش، بدان گونه که شایسته اوست؛ سپاسی آن جنان، که اگر بر آیینی که بر بندگان ستایشگر او فرض شده انجام شود «شکر» نامیده می شود، و باعث افزونی نعمت می گردد، و ما را از دگرگونی های روزگار در امان می دارد تا به خداوندش گردن نهیم، و خویشش را در پیشگاه عزتش ناچیز شمريم، و در برابر کبریا و عظمتش فروتن شويم. خدایی که محمد (ص) را در روزگاری به پیامبری فرستاد که پیوند مردم با پیامبران گسسته شده، و حق ناشناخته مانده، و راه رستگاری ناپیدا گشته بود؛ پیامبری که با آمدنش کوردلان بینا شدند و گمراهان از هلاکت رهایی یافتند؛ به وجودش هر اندکی فزونی گرفت و هر بראکندگی به پیوستگی و یگانگی انجامید.